



Weber, Benade et ma clarinette : Modélisation et étude d'un instrument de musique à vent.



Elèves participants :



BESNARD
Marie



BUL
Stéphanie



CHAHAT
Ali



CRESTEL
Erwan



HABRI
Zakaria

Avec LACLAVERIE Jean-Michel
Professeur encadrant
Lycée Bernard Palissy- AGEN
Académie de Bordeaux

Table des matières

1 – Des modélisations prises en défaut

1.1 Modélisations simplifiées du comportement d'une colonne d'air :

1.1.1 Modélisations simplifiées du comportement d'une colonne d'air :

1.1.2 Tuyau ouvert aux deux extrémités

1.2 Tuyaux excités par un Haut-parleur

Expérience 1 : Tuyau cylindrique ouvert aux deux extrémités et excité à une extrémité

Expérience 2 : Tuyau cylindrique de diamètre unique ouvert à une extrémité

Expérience 3 : Etude d'une clarinette

1.3 Excitation par un bec muni d'une anche

Expérience 1 : bec de saxophone alto associé à des tuyaux en plastique

Expérience 2 : Etude d'une clarinette

1.4 Discussion des résultats

1.5 Le schème de Weber et les résultats d'Arthur.H.Benade

2- Couplage musicien-clarinette : Modes de vibration d'un conduit vocal

3- Vers un modèle pour un instrument en situation de jeu

3.1 Tuyau PVC sans trou

3.2 Clarinette Selmer

3.3 Notre prototype de clarinette en plastique

3.4 Prototype en sureau

Conclusion

Sources documentaires

Annexe 1 : Pour aller plus loin dans l'approche théorique

Annexe 2 : Etude de deux colonnes d'air couplées

Annexe 3 : Modélisation par un circuit électrique

Annexe 4 : Notre programme en Visual basic

RESUME

Nous avons voulu concevoir et construire un instrument de musique à vent, à trous, cylindrique et à anche simple. Mais le travail fut plus compliqué que ce que nous pensions au

début, car la modélisation du comportement des ondes sonores dans un tuyau cylindrique fermé à une extrémité et excité par une anche en roseau, est plus complexe que ce que nous en apprend le cours de spécialité physique de Terminale S. Le but de ce travail est d'arriver à comprendre par l'expérience, la nature des écarts qui existent entre le modèle simplifié de Terminale et les résultats expérimentaux : influence de la longueur L de l'instrument, de son diamètre intérieur D_i , de la position et de l'épaisseur des trous, de l'embouchure, du pavillon, du musicien... Ces résultats sont exploités pour concevoir et construire plusieurs prototypes d'instrument de musique de la famille de la clarinette.

ABSTRACT

We wanted to design and build a wind instrument with cylinder finger holes and a simple reed, but the work was much complicated than we thought, because the establishment of a model of the behavior acoustic wave in a cylinder pipe closed at an extremity was much complicated that what we learnt in Physical Terminal S Speciality. The work target is to try to understand by experience, the nature of discrepancy that exists between the terminal model and the experimental results: influence of the instrument length L , it is inside diameter D_i , the position and the thickness of the finger holes, the mouthpiece, the pavilion, the musician... These results are run to design and build a prototype wind instrument.

KEY-WORDS : ACOUSTIQUE MUSICALE – WEBER - MODELISATION

PARTENAIRES

- L'orchestre d'harmonie la Lyre Agenaise, pour le prêt et l'essai d'instruments de musique.
- M Grammatica, docteur en acoustique et professeur au Lycée J-B de Baudre à Agen.
- Jonathan Ollivier, facteur d'instrument à Agen.

INTRODUCTION :

La modélisation du comportement des ondes sonores dans un tuyau cylindrique proposée au programme de spécialité Physique-Chimie en Terminale S ou en Mathématiques Spéciales est souvent prise en défaut par l'expérience. Elle ne tient compte que de la longueur L du tube, mais pas de son diamètre intérieur, de la nature de l'excitateur, de trous ouverts ou bouchés... De nombreux écarts existent entre prévisions et résultats expérimentaux lors de l'étude d'un véritable instrument de musique, ou même d'un simple tuyau PVC, comme nous l'avons constaté lors de nos mesures sur les résonances de diverses colonnes d'air. L'étude globale de l'ensemble musicien – anche – tuyau est nécessaire pour améliorer le modèle. Le système qui nous intéresse ici n'est pas l'instrument seul comme dans la plupart des études sur les instruments de musique, mais la clarinette couplée au conduit respiratoire du musicien, qui constitue un second résonateur dans lequel peuvent se propager les ondes acoustiques.

Après avoir présenté les modélisations simplifiées du comportement d'une colonne d'air au programme de spécialité physique en Terminale S, nous analyserons les résultats de nos expériences de résonance pour des systèmes d'abord excités par un haut-parleur, puis par une anche et un musicien. Nous essayerons de les comprendre grâce aux résultats de deux acousticiens Weber et Benade.

Une des raisons des écarts observés vient du couplage existant entre la colonne d'air intérieure au musicien et celle intérieure à l'instrument. Nous avons donc tenté plusieurs expériences sur ce couplage, dont une sur sa modélisation par des circuits électriques.

Puis la dernière partie de ce mémoire présente nos mesures de fréquence sur une clarinette et des prototypes fabriqués au lycée. Notre but est d'obtenir une modélisation « améliorée » permettant de prévoir la fréquence du son produit en fonction de la longueur du tuyau de l'instrument. Nous avons ainsi conçu, à partir de nos résultats expérimentaux, un modèle mathématique permettant de prévoir correctement la note jouée par un tube de longueur et d'épaisseur choisie.

En annexe, nous présentons un petit programme en Visual Basic, bâti uniquement autour de la fonction BEEP et qui permet de prévoir et d'entendre le son que produira un tuyau à anche de longueur donnée.

Ce travail présente le résultat des expériences que nous avons faites pour comprendre comment prévoir la hauteur du son donné par un instrument à anche simple. Nous avons exploré des pistes, exploité des idées, obtenu quelques réussites et quelques d'échecs aussi. Ce mémoire présente notre démarche.

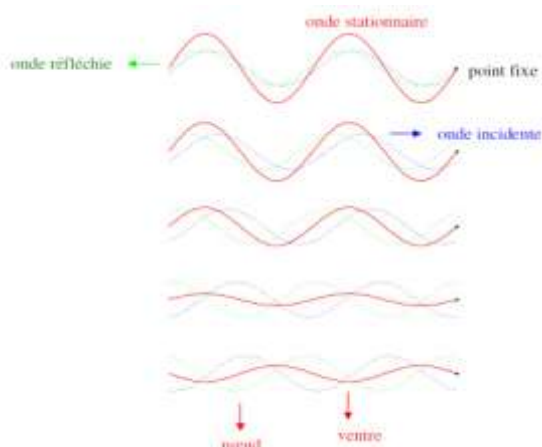
1 – Des modélisations prises en défaut:

Trois groupes de notre lycée ont participé l'année dernière aux Olympiades de physique sur des sujets d'acoustique musicale. Nous avons lu leurs mémoires et remarqué qu'il y avait souvent des écarts entre les modèles utilisés en spécialité physique de Terminale S pour décrire les fréquences de résonance d'une colonne d'air et la réalité des mesures. Dans la plupart des cas, la colonne d'air résonnante semble plus longue que le tube. Cette constatation est le point de départ de notre travail. Nous voulons chercher des explications à ces écarts et trouver une modélisation plus efficace. Voici d'abord la présentation des modèles de Terminale, puis leur confrontation avec les résultats de nos expériences.

1.1 Modélisations simplifiées du comportement d'une colonne d'air :

1.1.1 Ondes stationnaires dans un tuyau fermé à une extrémité

Le son est une onde qui provient d'une vibration mécanique de l'air. Grâce à l'élasticité du milieu dans lequel il se déplace (l'air), le son se propage sous forme d'ondes longitudinales. Lorsqu'une telle onde se propage dans une colonne d'air et rencontre en son extrémité une fermeture ou bien au contraire une ouverture vers l'extérieur, la présence d'un obstacle ou alors la différence de pression entre le milieu extérieur et la colonne d'air va provoquer une nouvelle onde semblable à l'onde incidente en tous points excepté qu'elle aura



un sens de propagation opposé à celui de l'onde incidente : c'est la formation de l'onde réfléchie.

Lorsque l'onde incidente rencontre un obstacle le signe de l'onde réfléchie est le même que celui de l'onde qui l'a formé. Cependant l'ouverture vers le milieu extérieur et donc le changement de pression va modifier le signe de l'onde, elle passera d'une onde de compression à une onde de dépression

Si une onde progressive sinusoïdale est entretenue, la superposition en tout point de l'onde incidente et réfléchie produit une onde stationnaire, celle-ci ne se propage pas. Pour qu'une onde stationnaire s'établisse, il faut qu'il y ait une synchronisation des ondes réfléchies et incidentes.

Lorsque la fréquence d'excitation est un multiple exact de la fréquence propre du tuyau, nœuds et ventres deviennent plus marqués et se stabilisent à un endroit donné. Le tuyau entre en résonance.

- Certains points ne vibrent plus, leur amplitude de vibration est nulle. Ce sont des nœuds d'amplitude. En ces points les élongations des ondes incidente et réfléchie sont toujours opposés : elles sont en opposition de phase. La distance entre deux nœuds consécutifs est $\lambda/2$.

- Certains points vibrent avec une amplitude maximale : ce sont des ventres d'amplitude. En ces points, les élongations des ondes incidente et réfléchie sont toujours égales (ondes en phase). Chaque ventre se trouve à mi distance entre deux nœuds. La distance entre deux ventres consécutifs est $\lambda/2$.

Pour devenir une onde stationnaire dans le cas d'un tuyau à une extrémité fermée la distance parcourue correspond à $4L$ pour que les ondes soient synchronisées. Pour un tuyau fermé à une extrémité il y a un nœud de vibration à l'extrémité fermée et un ventre à l'extrémité ouverte. On en déduit donc que la longueur L doit être un multiple impair du quart de la longueur d'onde.

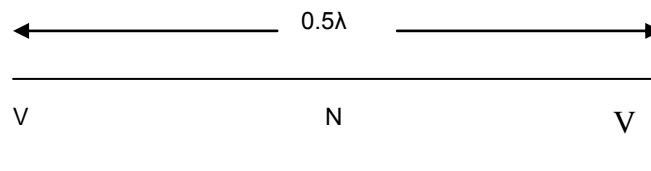
$$L = (2k+1)\lambda / 4 \text{ (k un entier naturel)}$$

Puis en introduisant c , la célérité du son dans l'air, on a la fréquence fondamentale : $f = c / 4L$

1.1.2 Tuyau ouvert aux deux extrémités

Dans un tuyau ouvert aux deux extrémités, la longueur L du tuyau doit être un multiple entier de la demi-longueur d'onde des ondes progressives, c'est à dire de la distance parcourue par l'onde en une période. $L = k \lambda/2$ avec λ : longueur d'onde (Entre deux nœuds successifs : $\lambda/2$)

Lorsque que l'on souffle à l'extrémité d'un tube ouvert à ses deux extrémités (comme pour une flûte), ou qu'on l'excite avec un haut-parleur, on fait vibrer les molécules d'air présentes dans le tube, ce qui crée ventres (zone où la vibration des molécules est maximale) et nœuds (zone avec des vibrations minimales), s'il y a résonance.



Comme l'indique le schéma, un nœud doit être présent au milieu du tube de longueur L , et deux ventres aux extrémités :

$\lambda = c * T = c/F$ or $0.5 \lambda = L$ donc $L = c/(2F)$ ou $F = c/(2L)$, avec F la fréquence fondamentale.

1.2 Tuyaux excité par un Haut-parleur

Voici les résultats de l'étude de plusieurs tuyaux cylindriques de longueur L et de diamètre intérieur D_i . Nous n'indiquons ici que la première fréquence de résonance relevée. Elle est comparée au résultat de la modélisation vue en cours de spécialité.

Nous connectons le GBF au haut-parleur. Le niveau doit être suffisant pour être perçu correctement par le micro, mais pas trop élevé pour éviter la saturation du micro. Chacun de nos micros répond différemment et lorsqu'il y a saturation on observe des segments de droite horizontaux sur l'écran.

Expérience 1 : Tuyau cylindrique ouvert aux deux extrémités et excité à une extrémité

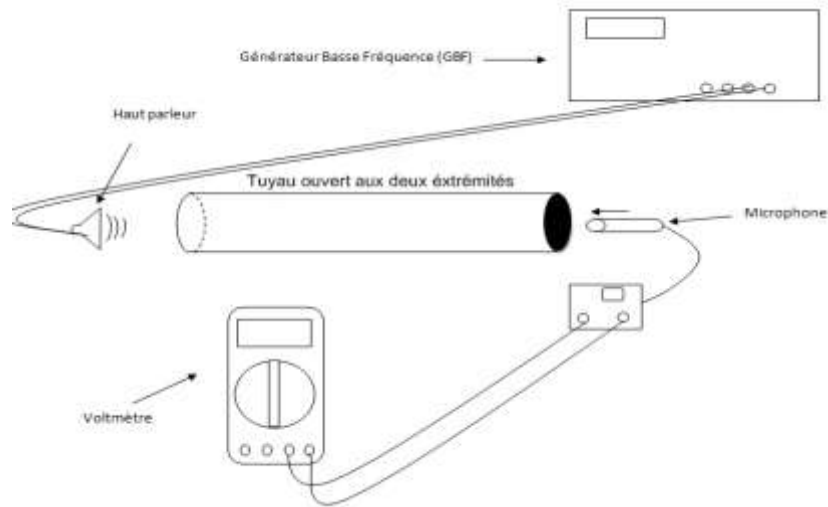


Schéma Zakaria Habri

Di (cm)	L (cm)	$\lambda/2$ (cm)	F ₁ mes (Hz)	F ₁ cal (Hz)	écart en %
7	60	65,3846154	260	283,333333	8,97435897
7,8	54	60,4982206	281	314,814815	12,0337419
9	60	66,6666667	255	283,333333	11,1111111

On constate que la colonne d'air résonante semble plus longue que le tube, cet écart s'accroissant lorsque la longueur du tube diminue.

Arthur Benade, acousticien américain, suggère d'utiliser une correction qui dépend du diamètre du tube : $F_1 = c/2(L+a \cdot D_i)$. Nous avons trouvé des résultats et des cours de ce professeur renommé sur le site de l'université de Stanford et sur le site d'Eric Würbel, qui en présente une vulgarisation en français (voir nos sources à la dernière page de ce travail). Appliquons ce modèle aux trois cas précédents :

Dans le premier cas, si $a = 0,77$ alors $F_1 = 259,98$ Hz

Dans le second cas, si $a = 0,83$ alors $F_1 = 281,11$ Hz

Dans le troisième cas, si $a = 0,74$ alors $F_1 = 255,03$ Hz

Dans chaque cas la valeur de a est différente, mais semble proche de 0,8. (C'est une grandeur sans unité.)

Expérience 2 : tuyau cylindrique de diamètre unique ouvert à une extrémité

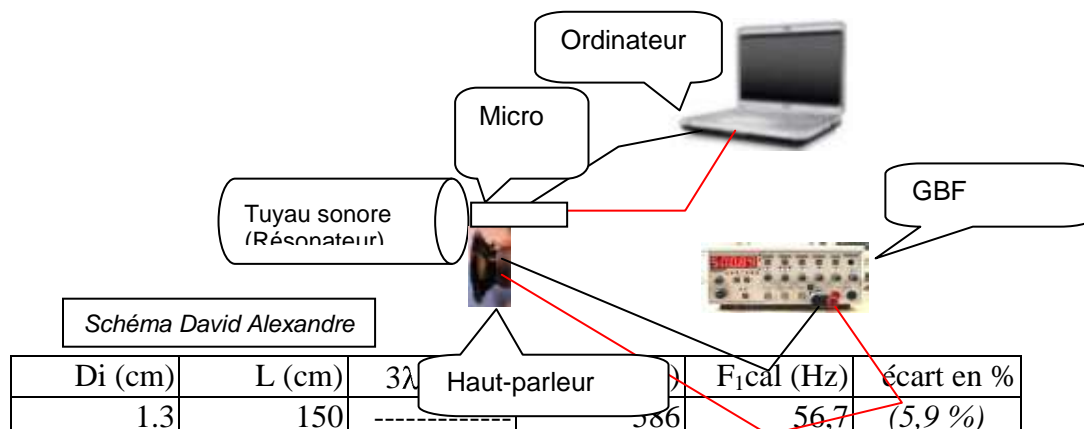
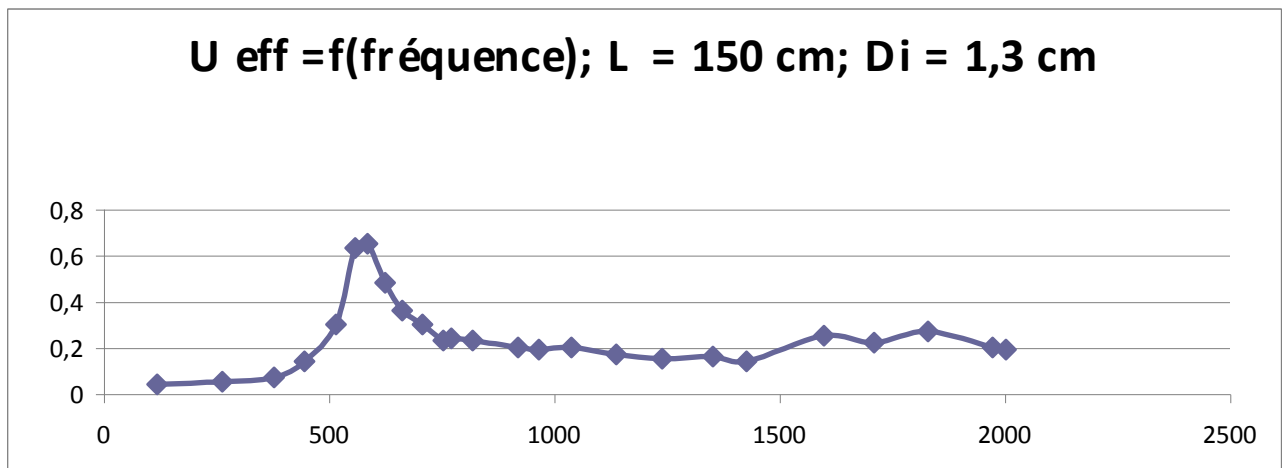


Schéma David Alexandre

Di (cm)	L (cm)	3λ	F ₁ cal (Hz)	écart en %
1.3	150	586	56,7	(5,9 %)

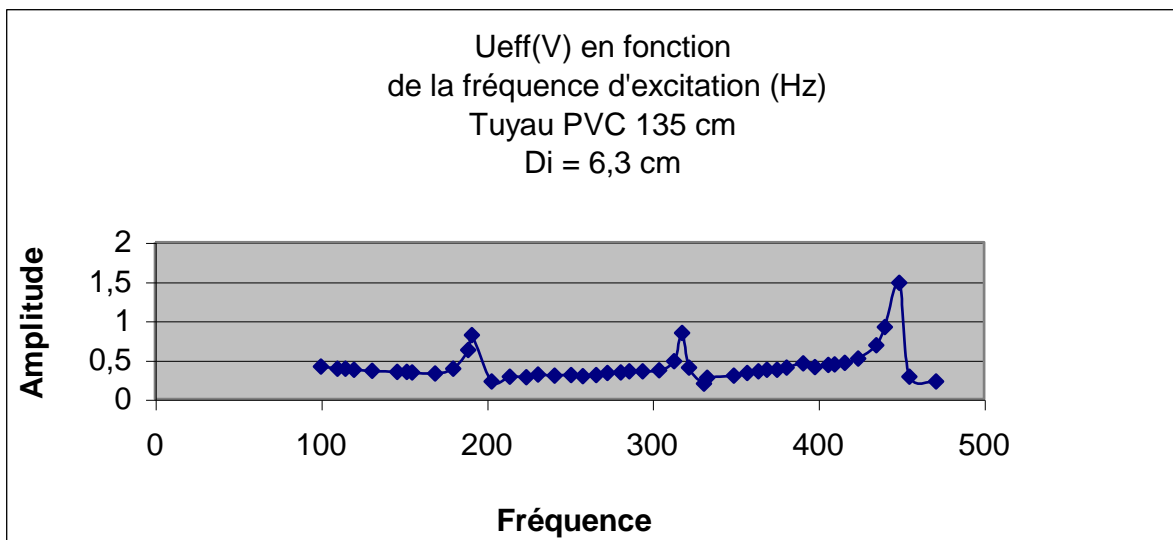
6.3	135	133,5	191	63	(1%)
3.4	70	67,5	378	121	(3,7%)
4.2	23		353	369	4,7
7,5	22		408	386	5,3

Nous avons remarqué au cours des nombreux essais que nous avons effectués que la fréquence de résonance la plus grave décelée n'est pas la fondamentale si le tuyau est long et avec un petit diamètre. C'est le cas pour le premier résultat du tableau. Il s'agit peut être du 11^{ème} harmonique qui était prévu à 623 Hz soit un écart de 5,9 %. Cette expérience, malgré son mauvais résultat, se justifie pour nous, car les clarinettes ont un diamètre intérieur de l'ordre de 1,3 cm. La première conclusion est donc que les fréquences de résonance graves ne sont pas toujours visibles si l'ensemble étudié est excité par un haut-parleur, et si le diamètre intérieur est faible. Il ne s'agit pas d'un défaut de notre matériel ou de nos mesures, mais d'un comportement général constaté aussi par les autres élèves de notre lycée préparant les Olympiades de physique sur un sujet d'acoustique.



Pour le second tuyau, de longueur comparable, mais de diamètre plus important, on décelé le 3^{ème} harmonique, avec un écart de 1% par rapport à la fréquence prévue (189 Hz).

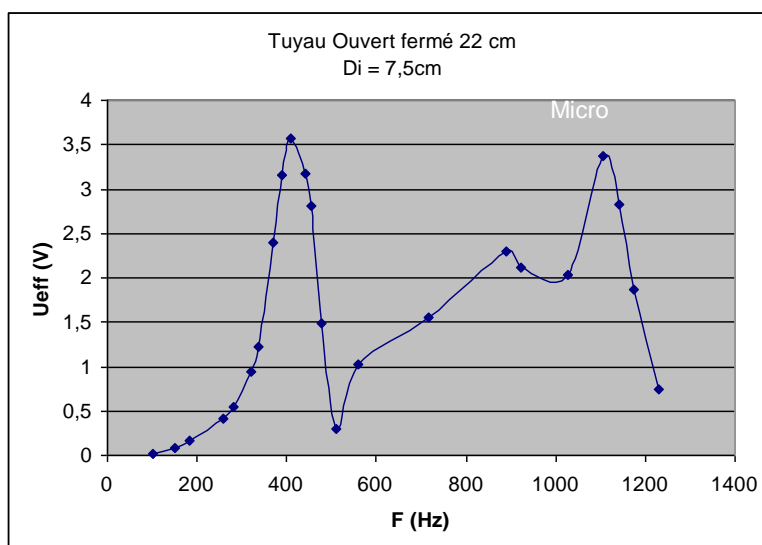




Pour ce tuyau, les 3^{ème}, 5^{ème} et 7^{ème} harmoniques s'écartent de moins de 2% des prévisions du modèle :

F calculées (Hz)	F mesurées (Hz)	%écart
62,96296296		
188,8888889	191	1,11764706
314,8148148	318	1,01176471
440,7407407	449	1,87394958

Pour le troisième tuyau, le 3^{ème} harmonique est détecté avec un écart de 3,7%. Pour les deux derniers tuyaux les plus courts, le fondamental peut être décelé et l'écart avec la modélisation est de l'ordre de 5%. On voit bien sur les courbes la position du fondamental et du 3^{ème} harmonique, mais on remarque aussi un petit pic intermédiaire, inexpliqué par notre modèle. Il est peut-être dû à une réflexion partielle des ondes sur le haut-parleur placé très près de l'ouverture du tuyau.



Les écarts sont moins importants que dans le cas d'un tuyau ouvert aux deux extrémités. Cependant, ils ne sont pas simplement dus à nos erreurs expérimentales. Les mesures ont été répétées avec soin, pour être sûr des résultats.

Selon les écrits de monsieur A. Benade : $F_3 = 3c/4(L+a.D_i)$ soit

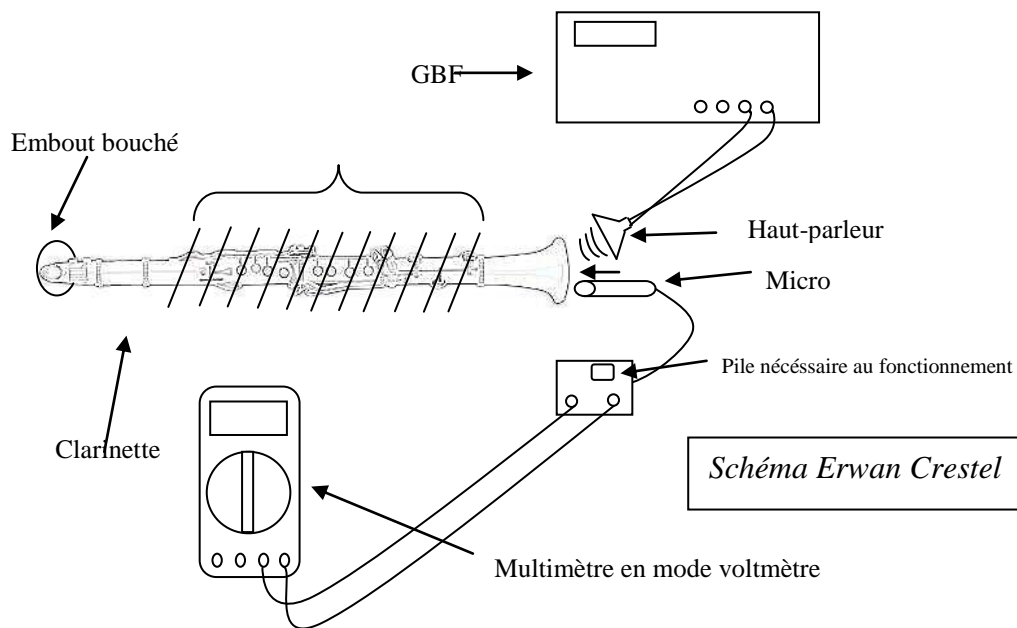
Dans le second cas, si $a = -0,25$ alors $F_3 = 191,1$ Hz

Dans le troisième cas, si $a = -0,75$ alors $F_3 = 378$ Hz

On trouve donc une valeur de a du même ordre de grandeur que dans les expériences 1, mais négative. Au vu de ces premiers résultats il est difficile de conclure sur le rôle du diamètre intérieur du tube sur la valeur de la fréquence de résonance fondamentale. Quoiqu'il en soit, les écarts observés ne sont pas seulement dus à des erreurs expérimentales.

Expérience 3 : Etude d'une clarinette

Pour terminer cette première partie de notre travail, nous avons voulu comparer modélisation et mesures pour une véritable clarinette. Notre clarinette d'étude mesure 70 cm de l'extrémité de l'anche à celle du pavillon. Elle nous a été prêtée par notre partenaire, la Lyre agenaise. Son diamètre intérieur vaut 1,5 cm. Nous pensons donc que les fréquences de résonance les plus faibles ne seront pas visibles.



Nous pouvons donc prévoir les fréquences de résonance suivante, par application du modèle de Terminale:

	Clarinette	
L mesuré =	70cm	
$f=c/4L$	121,428571Hz	
f_3	364,285714Hz	
f_5	607,142857Hz	
f_7	850Hz	
f_9	1092,85714Hz	
f_{11}	1335,71429Hz	
f_{13}	1578,57143Hz	
f_{15}	1821,42857Hz	

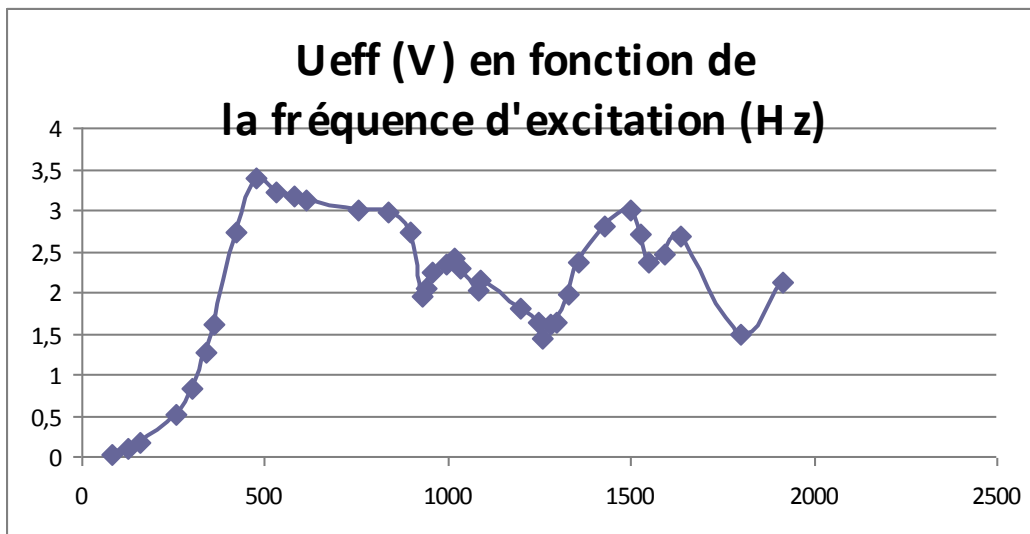
f_{17}	2064,28571Hz
----------	--------------

Les fréquences de résonance effectivement mesurées sont assez différentes :

Fréquences de résonance mesurées		
F_a	477Hz	

Fb	996 Hz
Fc	1499 Hz

Fd	1636 Hz
----	---------



Nous avons aussi étudié la clarinette sans pavillon.

Nous pouvons prévoir les fréquences de résonance suivantes, pour un instrument de 59 cm :

Les fréquences effectivement mesurées sont :

Clarinette	59 cm
F1	144,067797 Hz
F3	432,20339 Hz
F5	720,338983 Hz
F7	1008,47458 Hz
F9	1296,61017 Hz
F11	1584,74576 Hz

F de résonance mesurées	
Fa	529 Hz
Fb	1157 Hz
Fc	1530 Hz
Fd	2066 Hz

Les différences sont très importantes, alors que pour l'étude d'une trompette l'accord entre expérience et modélisation est bien meilleur, comme l'ont montré nos camarades qui réalisent un prototype de trompette exceptionnelle.

Nos résultats nous ont étonnés. Nous les avons retrouvés au cours de plusieurs manipulations. Ils correspondent à ceux trouvés pour la même étude, l'année dernière, par les élèves du groupe Tclarinette. Il n'y a pas d'interprétation simple de ces résultats. Les fréquences de résonance trouvées semblent proches des 4^{ème}, 8^{ème}, 10^{ème} harmoniques, qui ne devraient pas exister dans un tel instrument. Alors que pour les tuyaux plastiques les écarts modèle-expérience pouvaient être interprétés en corrigeant la longueur du tube, ici, le modèle semble inadapté. Nous poursuivons donc notre travail en changeant d'excitateur, pour se retrouver dans une situation plus proche de celle d'un instrument de musique joué par un musicien.

1.3 - Excitation par un bec muni d'une anche

Expérience 1 : bec de saxophone alto associé à des tuyaux en plastique

Nous avons associé divers tuyaux plastiques de 1,2 cm de diamètre intérieur à un bec de saxophone alto pour réaliser ces mesures. Un bec de clarinette doit rentrer dans le tube qui

lui est associé, tandis que le tube doit rentrer dans un bec de sax alto. La seconde situation crée moins de discontinuité dans la colonne d'air, c'est pour cela que nous l'avons choisie.

Di (cm)	L (cm)	$\lambda/4$ (cm)	Note jouée	F ₁ mes(Hz)	F ₁ cal (Hz)	écart en %
1,2	40,1	45,5	Fa#2 - 20 cent	182,9	212	15,9
1,2	33,3	41,4	Sol#2 -20 cent	205,3	255,3	24,3
1,2	32,3	40,7	Sol#2+10cent	208,9	263,2	26
1,2	29,8	38,4	La2+10cent	221,3	285,2	28,9
1,2	18,1	24,8	Fa3-35 cent	342,2	469,6	37,2
Bec seul	8,7	14,8	Ré4-40 cent	574	977	70,2

La note jouée est repérée par un accordeur chromatique, puis la fréquence correspondante est calculée sur excel. $f_{\text{notejouée}} = f_{\text{noteréférence}} 2^{c/1200}$ avec c le nombre de cent de décalage par rapport à la note de référence.

Comme nous l'avons déjà dit, Arthur Benade suggère d'utiliser une correction qui dépend du diamètre du tube : $F_1 = c/4(L+a.D_i)$

Dans le premier cas, si $a = 5,4$ alors $F_1 = 182,5$ Hz

Dans le second cas, si $a = 6,7$, alors $F_1 = 205,6$ Hz

Dans le troisième cas, si $a = 7$ alors $F_1 = 208,8$ Hz

Dans le quatrième cas, si $a = 7,2$ alors $F_1 = 221,1$ Hz

Dans le cinquième cas, si $a = 5,6$ alors $F_1 = 242,5$ Hz

Pour le dernier cas, le diamètre du bec étant irrégulier, nous ne calculerons pas a. Ces valeurs de a sont très différentes de celles trouvées pour un tuyau excité par un haut-parleur. La nature de l'excitateur semble donc jouer un grand rôle sur les fréquences de résonance mesurées.

Expérience 2 : Etude d'une clarinette

Poursuivons notre étude en excitant la clarinette par son anche.

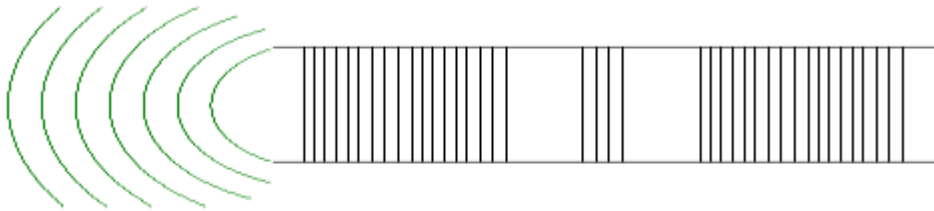
clarinette	note jouée	Fmesurée (Hz)	Fcalculée (Hz)
bec+barillet (13 cm)	mi4-40cent	644	653
bec+barillet+1/2corps (35,5 cm)	sib2+15cent	235	239
bec + barillet+ corps 2 derniers trous ouverts (50 cm)	mi2-20cent	163	170
bec + barillet+ corps sans pavillon (61 cm)	do#2+7cent	139	139
bec + barillet+ corps avec pavillon (70 cm)	do#2-35cent	136	121,4
diamètre intérieur 1,5 cm. Clarinette Selmer de 1940.			

Cette fois-ci l'accord entre modèle et expérience est beaucoup plus satisfaisant que pour l'excitation par un haut-parleur. Il n'y a même aucun écart pour la clarinette de 61 cm sans pavillon. Pour l'instrument complet de 70 cm l'écart est de 11%, mais l'ensemble n'est pas cylindrique à cause du pavillon et des trous.

1.4 Discussion des résultats

Il existe plusieurs hypothèses pour interpréter l'écart entre les mesures et la modélisation vue en Terminale :

- La célérité du son ne correspond pas exactement aux valeurs que nous avons utilisées (34000 cm/s pour l'excitation par le haut-parleur et 34500 cm/s pour l'excitation par un musicien car l'air est alors chaud et humide).
- Positions des Ventres incorrectes. Il est possible de vérifier la présence d'un nœud au milieu d'un tube, mais pas celle d'un ventre à son extrémité. En effet à l'extrémité ouverte la pression tend vers la pression de l'atmosphère. L'onde plane se transforme en onde sphérique et son amplitude diminue. La position du ventre de vibration (ou nœud de pression est incertaine).



Transformation onde plane onde sphérique : schéma Chahat Ali

- Le fait de remplacer le haut-parleur par un musicien soufflant sur une anche augmente encore les écarts avec la modélisation, jusqu'à des valeurs de 70 % ! La modélisation n'est plus adaptée.

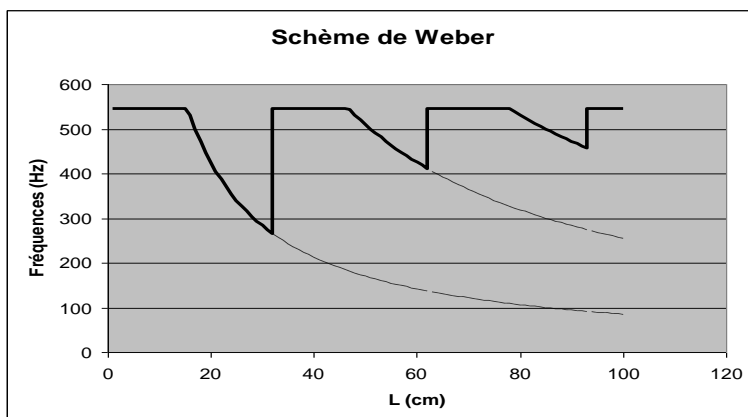
Nous supposons donc que les modélisations d'une colonne d'air cylindrique du programme de spécialité ne sont que des approximations de modélisations plus complexes qui tiendraient compte:

- du musicien.
- du diamètre du tuyau.
- du type d'excitateur.

1.5 Le schème de Weber et les résultats d'Arthur.H.Benade

Avant de poursuivre nos expériences, nous avons voulu nous appuyer sur le travail de deux acousticiens célèbres : Weber et Benade. Wilhelm Eduard Weber, physicien allemand né en 1804 a laissé son nom à une unité de flux magnétique, le weber (Wb). Il a aussi longuement étudié expérimentalement le comportement des tuyaux à anche. Vers 1827, il leur a consacré plusieurs mémoires. Cent ans plus tard, Marcel Fouché de l'université Paul Sabatier de Toulouse, a confirmé et complété son travail.

Le schème de Weber est l'ensemble des lois simples reliant la fréquence du son produit par un tuyau à anche et la longueur du tuyau résonant. Ces lois ne décrivent qu'un phénomène moyen, qui n'est jamais suivi avec exactitude, mais qui sert de point de repère pour la suite expérimentale de cette étude.



Le schème de Weber est caractérisé par l'alternance régulière des sons de l'anche sans résonateur et des partiels du tuyau.

Il est simple de mettre en évidence de nombreux écarts expérimentaux par rapport au schème de Weber : sons de palier plus graves que celui de

l'anche seule, arcs d'hyperbole décalés vers la gauche, émission de sons légèrement plus aigus que celui de l'anche seule....

Le schème de Weber met donc en évidence un phénomène important pour nous : même si la longueur du tuyau diminue beaucoup, la fréquence du son ne peut pas dépasser une certaine limite, le son de palier de l'anche seule. La modélisation simplifiée de Terminale ne tient pas compte de ce phénomène.

Arthur H. Benade (1925-1987) était un physicien américain. La plus grande partie des recherches acoustiques de Benade a été consacrée aux instruments à vent. Il a été le premier chercheur à essayer de traiter en entier le processus de fabrication du son dans des instruments à vent en tenant compte de l'influence du joueur, du comportement de l'anche de l'instrument, de la colonne d'air, et des diagrammes de rayonnement, des réactions de la salle sur le son, et de la réponse de l'équipement sensoriel auditif et neurologique du joueur. Eric Würbel présente sur son site un résumé du travail du professeur Benade.

La modélisation simplifiée ne marche que pour les tubes théoriques (« parfaits ») et donc ne fonctionne pas dans la réalité. La longueur de la colonne d'air n'est pas exactement celle mesurée. En fait pour la résonance, tout se passe comme si le tuyau se prolongeait au-delà de son extrémité. Arthur Benade détermina empiriquement que dans certaines conditions : $L = l + (0.6133 \times d_1/2)$ avec L longueur réelle ; l longueur mesurée ; d_1 diamètre intérieur du tuyau.

Examinons le problème des trous. Un trou doit interrompre prématurément le tuyau. Or un tuyau percé à une distance l de l'embouchure ne correspond pas à un tuyau de longueur l. En fait c'est comme si le tuyau se prolongeait au-delà du trou sur une certaine distance donc la note obtenue est plus grave. Plus le trou est grand plus le phénomène est perceptible. Benade introduisit donc dans sa formule des corrections à cause de la présence des trous ouverts ou fermés. Les calculs sont compliqués et nous n'en avons pas compris le sens physique. Ils sont itératifs, c'est à dire répétés un certain nombre de fois, pour tenir compte de l'influence des trous les uns sur les autres. (feuille de calcul de P Hoeckje)

Nous avons retenu de ce travail que dans la modélisation, il faut remplacer la longueur effectivement mesurée du tuyau par une longueur plus importante, dépendant de nombreux facteurs (trous, diamètre intérieur...). Pour des courtes longueurs de tube le son de palier de l'anche modifie grandement le comportement de résonance.

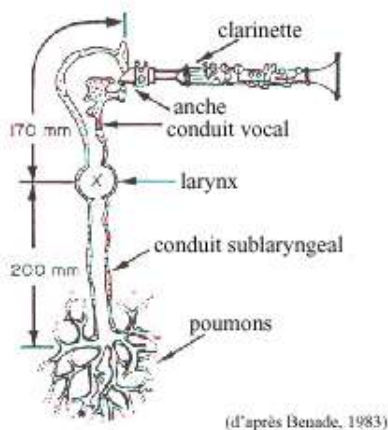
2- Couplage musicien-clarinette



Stéphanie Bul au tuba contrebasse

Les différences importantes obtenues en changeant d'excitateur nous font penser que l'ensemble GBF-haut-parleur, n'est pas équivalent à l'ensemble musicien-bec de saxophone avec anche.

Le musicien ressent les vibrations musicales en lui. Il résonne avec l'instrument qu'il joue. Il y a donc deux résonateurs, l'air dans l'instrument et celui dans le musicien. Une première expérience simple nous a permis de nous en rendre compte. Avec notre partenaire la Lyre agenaise, nous avons joué d'un gros tuba avec les joues gonflées et avec les joues dégonflées. La hauteur de la note, évaluée à l'accordeur chromatique, a baissé de presque 1 ton quand le musicien a gonflé les joues. L'effet est moins important avec une clarinette, mais existe cependant (20 à 30 cent).



Nous devons donc tenir compte du conduit vocal, du larynx, du conduit sublaryngeal et des poumons. Un système acoustique comporte généralement deux parties : un excitateur et un résonateur, qui est le volume dans lequel se propage l'excitation. L'excitateur délivre un signal source dont certaines composantes vont être affaiblies ou renforcées dans le résonateur, c'est sa fréquence de résonance. Elle varie selon le volume de la cavité et la surface de l'ouverture du résonateur. L'appareil vocal humain est ainsi constitué d'un excitateur, le complexe glotte-cordes vocales, et d'un ensemble de résonateurs. Dans nos expériences l'excitateur est l'anche. Lorsqu'un excitateur entre en vibration, il fournit un

signal, dont le résonateur va amplifier certaines composantes. On obtient alors des fréquences de résonance ou partiels, encore appelés formants pour le conduit vocal, qui sont un facteur fondamental dans la caractérisation du timbre. Ils servent, justement, à « former » ce dernier. Les formants dépendent des caractéristiques du résonateur (volume, forme et ouverture).

L'ensemble des différents résonateurs contenus dans notre bouche et notre gorge, constitue une cavité extrêmement complexe. On peut le découper en cinq parties :

- le pharynx (ou arrière-gorge) ;
- la cavité buccale en-deça de la langue ;
- la cavité buccale au-delà de la langue (qui peut ne former qu'une seule cavité avec la précédente, selon la position de la langue) ;
- la cavité labiale ;
- la cavité nasale, qui fonctionne et existe en parallèle à la cavité buccale.

Toutes les cavités communiquent entre elles par des ouvertures réglables. Grâce à cette musculature élaborée, le volume et l'ouverture des cavités peut varier très rapidement.

Ces cavités, d'habitude étudiées dans le cas de la parole, sont des résonateurs dans le cadre du jeu d'une clarinette. L'anche excite à la fois la clarinette et l'instrumentiste. Nous avons voulu en savoir plus sur le rôle de ce résonateur qu'est le conduit vocal.

Nous nous sommes demandés comment étudier ce couplage musicien-instrument. Nous savons, grâce aux résultats de la première partie, que le comportement des résonateurs n'est pas le même si ils sont excités par un haut-parleur ou par une anche. Cependant étudier directement l'influence du musicien sur les fréquences de résonance de l'instrument en situation de jeu n'est pas possible avec le matériel à notre disposition.

Nous avons donc d'abord étudié le conduit vocal, excité avec un haut parleur placé contre la bouche le musicien. Un micro récupère le signal. Nous repérons rapidement chaque résonance pour éviter des modifications de l'ouverture de la bouche, donc des fréquences de résonance. Voici quelques uns de nos résultats :

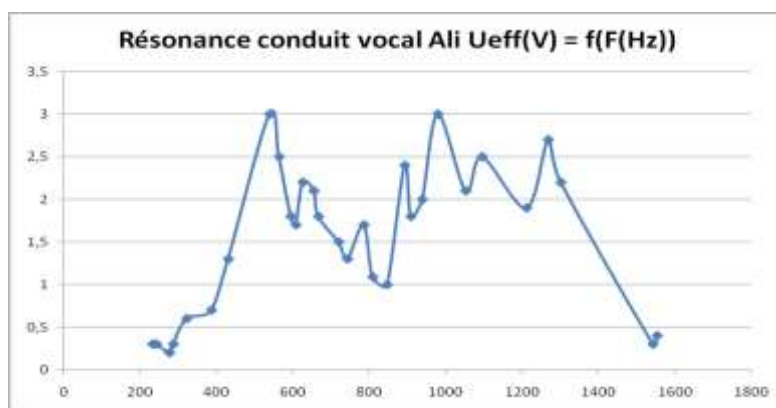
Fréquence (Hz)	
464	Ali
507	Zakaria
504	Erwan
520	Zakaria2
1108	Romain

520	Romain2
547	Ali2
872	Ali3
2151	Ali4

Ces résultats montrent la complexité du résonateur humain, car aucun résultat n'est reproductible. Une fréquence de résonance repérée à un instant sera différente l'instant suivant. Nous maîtrisons mal la configuration de nos cavités résonantes.



Nous avons ensuite essayé de tracer la courbe représentant la tension efficace aux bornes du micro en fonction de la fréquence de l'excitateur pour un élève donné, Ali Chahat. La courbe obtenue n'est pas reproductible, car il faut du temps pour la tracer et la configuration du conduit vocal change.



Cette courbe montre bien que notre conduit vocal est un résonateur avec de multiples fréquences de résonance. Lors du jeu d'une clarinette, il y a donc bien 2 colonnes d'air résonantes, celle intérieure au musicien et celle de l'instrument.

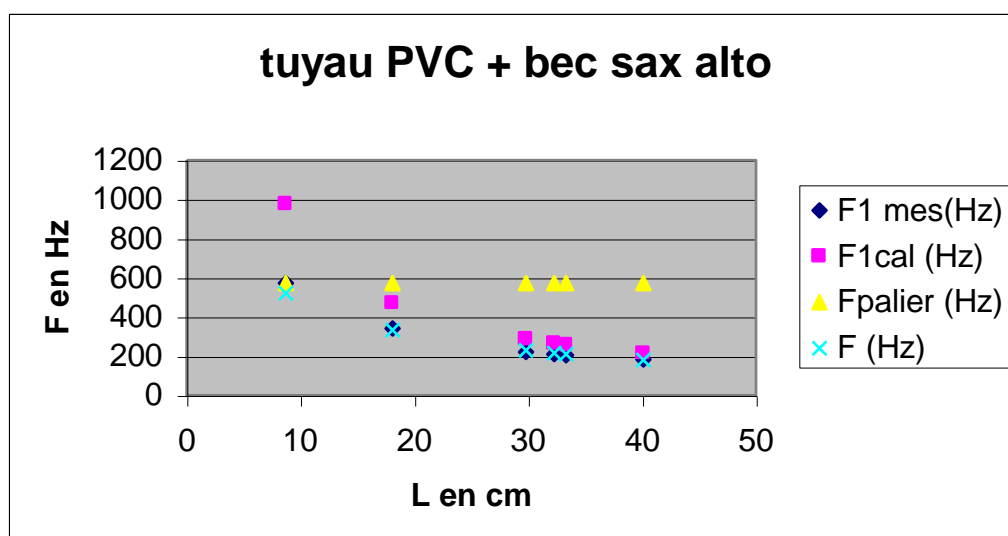
En annexe 2 et 3, vous trouverez un complément à cette étude, par des mesures sur deux tuyaux couplés et la modélisation du couplage par un circuit électrique.

3- Vers un modèle pour un instrument en situation de jeu

3.1 Tuyau PVC sans trou

Nous avons fait de nombreuses mesures avec une clarinette en situation de jeu pour essayer de dégager une modélisation utilisable. Voici d'abord les résultats obtenus avec des tuyaux PVC de diverses longueurs associés à un bec de saxo alto. Le son de palier, correspond au son donné par le bec sans tuyau. C'est une fréquence qu'il semble impossible de dépasser.

L (cm)	F1 mes(Hz)	F1cal (Hz)	Fpalier (Hz)	F (Hz)	lambda/4 cm	écart cm
40,1	182,9	212	574	179,6875	47,1569163	7,05691635
33,3	205,3	255,3	574	209,34466	42,0116902	8,71169021
32,3	208,9	263,2	574	214,552239	41,2876975	8,98769746
29,8	221,3	285,2	574	228,779841	38,9742431	9,17424311
18,1	342,2	469,6	574	331,730769	25,2045587	7,10455874
8,7	574	977	574	519,578313	15,0261324	6,3261324



On constate que plus le tuyau est court, plus l'écart avec la modélisation simplifiée de Terminale est grand. Cela est dû au son de palier de l'anche, que l'instrument ne peut dépasser.

Voici une modélisation possible : $F = 34500/4 (L + 7.9)$

Elle peut permettre de prévoir la longueur de notre clarinette et la position des trous. Comme l'a fait A.H.Benade, nous avons remplacé la longueur du tube mesurée par une longueur plus importante, dépendant de nombreux paramètres.

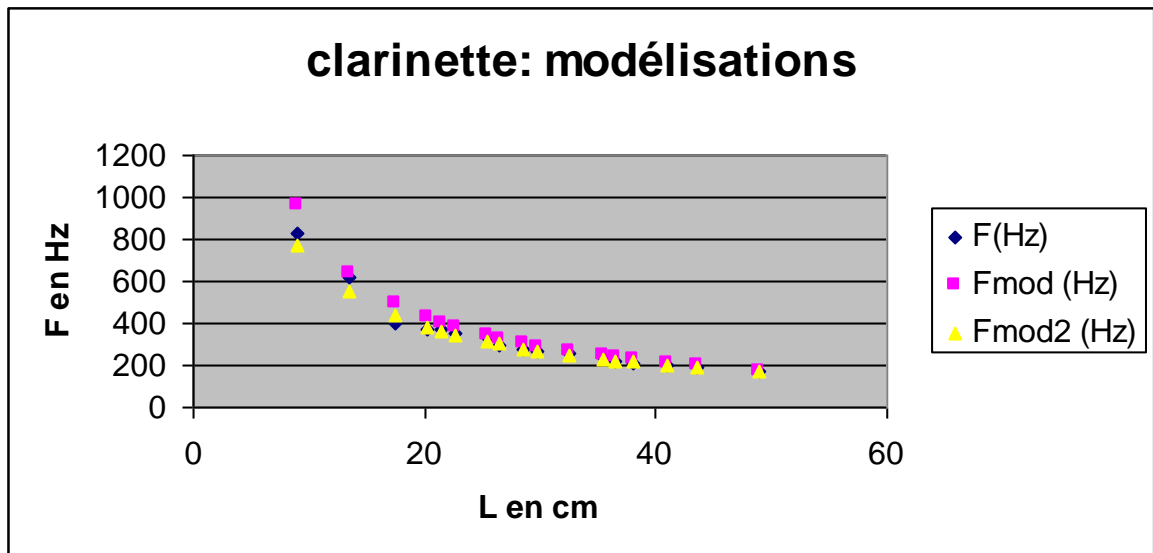
3.2 Clarinette Selmer

Nous avons poursuivi notre étude en jouant de la clarinette, en bouchant progressivement tous les trous, pour augmenter la longueur de la colonne d'air. Notons que l'épaisseur du bois est importante pour une clarinette, de l'ordre de 1 cm au niveau des trous. C'est beaucoup plus important que pour les tuyaux PVC. Voici nos résultats :

notes	L en cm	F(Hz)	Fmod (Hz)	Fmod2 (Hz)	Lambda/4 (cm)	écart (cm)
sol#4	9	830	958,333333	770,089286	10,39156627	1,39156627
ré#4	13,5	622	638,888889	549,363057	13,86655949	0,36655949
sol3+40cent	17,5	401	492,857143	437,817259	21,50872818	4,00872818
fa#3	20,2	370	426,980198	385,044643	23,31081081	3,11081081
fa#3-12cent	21,4	367	403,037383	365,466102	23,5013624	2,1013624
fa3+12cent	22,7	352	379,955947	346,385542	24,50284091	1,80284091
mi3	25,5	330	338,235294	311,371841	26,13636364	0,63636364
ré3+20cent	26,5	297	325,471698	300,522648	29,04040404	2,54040404
do#3+15 cent	28,5	280	302,631579	280,944625	30,80357143	2,30357143
do3+25 cent	29,8	265	289,42953	269,53125	32,54716981	2,74716981
si2+39 cent	32,5	253	265,384615	248,559078	34,09090909	1,59090909
sib2+43 cent	35,5	239	242,957746	228,779841	36,08786611	0,58786611
la2+10 cent	36,5	221	236,30137	222,868217	39,02714932	2,52714932
sol#2+27 cent	38	211	226,973684	214,552239	40,87677725	2,87677725
sol2+10 cent	41	197	210,365854	199,652778	43,78172589	2,78172589
fa#2+10cent	43,5	186	198,275862	188,730853	46,37096774	2,87096774
mi2+20 cent	49	167	176,020408	168,457031	51,64670659	2,64670659

F est la fréquence correspondant à la note jouée. F_{mod} est la modélisation de simplifiée de Terminale ($F_{\text{mod}} = c/4L$). Fmod2 est une modélisation améliorée tenant compte de l'écart entre la longueur L mesurée du bout du bec au milieu du premier trou ouvert, et $\lambda/4$, calculé à partir de la fréquence du son joué. La moyenne des écarts est de 2,2 cm. Nous avons donc posé :

$$F_{\text{mod2}} = c/4(L+2,2) = 34500/4(L+2,2)$$



Notre nouveau modèle correspond assez bien aux résultats expérimentaux. De plus, il garde un sens physique : la colonne d'air est en moyenne plus longue de 2,2 cm que le tube.

3.3 Notre prototype de clarinette en plastique

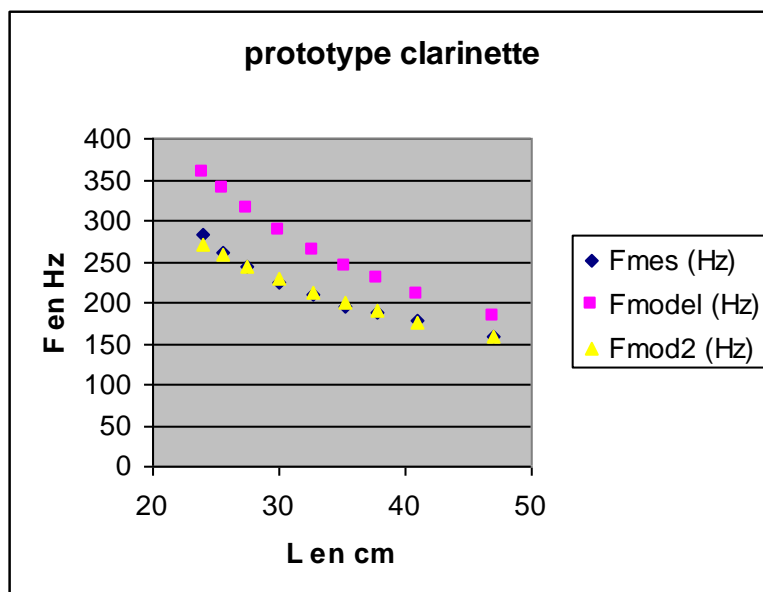
Nous avons créé un modèle de 47 cm de long sans pavillon. C'est un simple tuyau plastique de 1,4 cm de diamètre intérieur, associé avec un bec de saxophone alto. Il y a 8 trous principaux sur le tube, ainsi qu'un trou de quintoisement, c'est-à-dire un petit trou, placé à peu près au tiers supérieur de l'instrument et qui permet de « tuer » la fréquence fondamentale et de favoriser l'harmonique 3. Notre prototype a aussi deux trous de quintoisement, mal placés et bouchés avec du scotch. Un ré#4 à 622 Hz est produit par le bec seul avec son anche. Cette fréquence dépend du souffle du musicien, du bec et de l'anche.



notes	L (cm)	Fmes (Hz)
ré#2 + 43 cent	47	159
fa2+ 35 cent	41	178
fa#2 + 20 cent	37,7	187
sol2-4cent	35,3	196
sol#2+17 cent	32,7	210

la2+42cent	30	225
si2-20 cent	27,5	244
do3+5 cent	25,5	262
do#3 + 30 cent	24	282
si3-15 cent	47	245
do#4 - 20 cent	41	548
ré4	37,7	587

L (cm)	Fmes (Hz)	Fmodel (Hz)	Fmod2 (Hz)	fanche (Hz)	trous ouverts	lambda/4 cm	écart (cm)
47	159	183,510638	157,390511	622	0	54,245283	7,24528302
41	178	210,365854	176,741803	622	1	48,4550562	7,45505618
37,7	187	228,779841	189,56044	622	2	46,1229947	8,42299465
35,3	196	244,334278	200,116009	622	3	44,005102	8,70510204
32,7	210	263,761468	212,962963	622	4	41,0714286	8,37142857
30	225	287,5	228,174603	622	5	38,3333333	8,33333333
27,5	244	313,636364	244,334278	622	6	35,3483607	7,84836066
25,5	262	338,235294	259,009009	622	7	32,9198473	7,41984733
24	282	359,375	271,226415	622	8	30,5851064	6,58510638
47	245	183,510638		622	0+quint		
41	548	210,365854		622	1+quint		moyenne
37,7	587	228,779841		622	2+quint		7,82072357



Voici la modélisation obtenue :

$$F_{\text{mod2}} = c/4(L+2,2)=34500/4(L+7,8)$$

si la célérité C du son dans l'instrument vaut 34500 cm/s. Cette modélisation est peu différente de la précédente obtenue pour des tuyaux sans trous.

La présence des trous tend à abaisser le son et écarte un peu plus les points obtenus de la modélisation de notre cours de Terminale.

L'écart maximum obtenu avec les valeurs mesurées est de 2.7 %. Cette modélisation est assez satisfaisante et signifie que la colonne d'air est plus longue que le tube de 7,8 cm, dans les conditions de l'expérience.

De plus notre instrument quintoie !

3.4 Prototype en sureau

Nous avons bâti un prototype en sureau sans trous de 58 cm de long. Il produit un si1 soit 123 Hz. La modélisation simplifiée prévoit : $f = c/4L = 149$ Hz soit 21 % d'écart. Pour que la modélisation corresponde aux mesures, la colonne d'air doit dépasser de 12 cm dut tube : $f_{mod} = c/4(L+12)$.



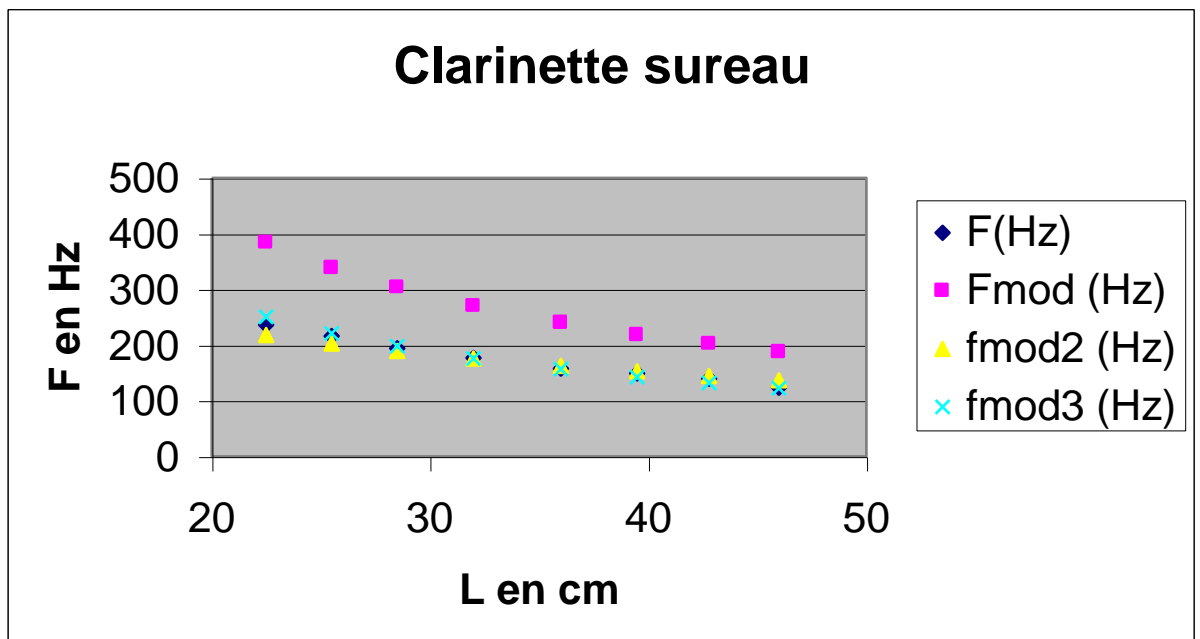
Le diamètre intérieur du tuyau est très fin, de l'ordre de 6 mm. L'épaisseur du bois est par contre importante, de l'ordre du cm. Le diamètre extérieur est proche de 3 cm, mais n'est pas très régulier. Il ne s'agit que d'une simple branche vidée et poncée pour éliminer l'écorce. Il semble donc que plus le diamètre intérieur du tuyau est petit, plus l'écart avec la modélisation simplifiée est grand. La colonne d'air est plus longue que le tube, d'autant plus que le diamètre intérieur est petit. L'anche a simplement été fixée à l'extrémité du tuyau coupé en biseau, sans bec.



Perçons huit trous, là où tombent naturellement les doigts. Le son du tuyau, tous trous fermés devient beaucoup plus grave, si grave qu'il n'est pas possible de l'établir correctement pour mesurer sa hauteur.

Avec 1 trou ouvert, soit une longueur de tube de 46 cm, nous obtenons un si 1, soit la même note que précédemment quand il n'y avait pas de trou sur le tuyau de 58 cm. Ce résultat est dû à l'épaisseur des trous, qui est plus importante que le diamètre intérieur du sureau. Le volume d'air emprisonné sous les doigts est important et contribue à abaisser le son.

note jouée	L en cm	F(Hz)	Fmod (Hz)	fmod2 (Hz)	fmod3 (Hz)	lambda/4 (cm)	écart cm
sib2 + 20 cent	22,5	236	383,333333	218,35443	250,340136	36,54661017	14,0466102
la2-35cent	25,5	216	338,235294	202,941176	220,888355	39,93055556	14,4305556
sol2-20cent	28,5	194	302,631579	189,56044	197,63695	44,45876289	15,9587629
fa2+20cent	32	177	269,53125	176,020408	176,020408	48,72881356	16,7288136
ré#2+30cent	36	158	239,583333	162,735849	156,462585	54,58860759	18,5886076
ré2+20cent	39,5	149	218,35443	152,654867	142,598812	57,88590604	18,385906
do#2+20cent	42,8	140	201,518692	144,230769	131,604043	61,60714286	18,8071429
si1	46	123	187,5	136,904762	122,44898	70,12195122	24,1219512



L'écart entre $\lambda/4$ et la longueur utile du tube n'est pas constant. Il augmente avec la longueur du tube. Cependant sa moyenne est proche de 17 cm.

On obtient une modélisation $fmod2 = c/4(L+17)$. Mais cette modélisation sous-estime les fréquences les plus aiguës (7 %) et sur-estime les fréquences les plus graves (11 %).

On peut l'améliorer un peu en écrivant $fmod3 = c/4(L+17. L/32)$. Cette fois-ci l'écart ne dépasse pas 6 %.

Conclusion

Nos expériences nous ont permis d'accéder à une modélisation satisfaisante pour les prototypes que nous avons fabriqués : $F = c/4(L+a)$

La valeur de a dépend du type de tuyau étudié. Elle dépend de l'épaisseur du tube, de son diamètre intérieur, de la présence de trous... Nous n'avons pas pu pour chaque prototype déterminer le rôle particulier de chacun des facteurs dans la modélisation finale. De quelle manière la valeur de a dépend du couplage musicien-anche-tuyau, de l'épaisseur des trous, du diamètre intérieur..... nous ne le savons pas. Par contre, dans une situation donnée, nous savons déterminer sa valeur et donc modéliser correctement le comportement en fréquence d'un instrument, en fonction de la longueur utile du tuyau.

Notre résultat est modeste, mais notre modélisation fonctionne. Nous ne nous sommes pas aventuré dans l'application des formules empiriques d'A. Benade car le sens physique n'en est pas évident pour nous.

La modélisation simplifiée a été obtenue par l'application de la seconde loi de Newton à une tranche d'air en mouvement. Nous avons seulement trouvé un moyen de calculer la véritable longueur de la colonne d'air résonante, qui n'est pas celle du tuyau qui la contient.

Sources documentaires

- « La clarinette et le clarinettiste : Influence du conduit vocal sur la production du son » par Claudia Fritz
- <http://ccrma.stanford.edu/marl/Benade/BenadeBio.html>

- <http://ccrma.stanford.edu/marl/Benade/writings/58to69.html>
- - livre de physique de terminale S
- http://www.discip.ac-caen.fr/phch/lycee/terminale/COURS/4CIRCUIT_RLC/4CIRCUIT_RLC.htm
- <http://wikipedia.com>
- Eric WÜRBEL, « Placement des trous sur les instruments à vent », 17 janvier 2005, article en ligne sur le site <http://www.vents-sauvages.fr/IMG/pdf/topovent.pdf>
- Arthur H.BENADE <http://ccrma.stanford.edu/marl/Benade/writings/58to69.html>
- Peter HOEKJE : <http://homepages.bw.edu/~phoekje/acoustics/mahome.html>
- Marcel FOUCHE, « Etude expérimentale des tuyaux à anche. Phénomène de Weber », *Annales de la faculté des sciences de Toulouse*, 3^{ème} série, tome 20 (1928), p237-336. Mémoire en ligne sur le site de l'université de Toulouse.
- http://www.discip.accaen.fr/phch/lycee/terminale/COURS/4CIRCUIT_RLC/4CIRCUIT_RLC.htm

Annexe 1 : Pour aller plus loin dans l'approche théorique

Interprétation des phénomènes ondulatoires dans un tuyau fermé à une extrémité

Les lois de la physique appliquées à un système, nous permettent d'interpréter et de prévoir l'évolution d'un système, pour résoudre d'autres problèmes. Mais le fait est qu'il existe une limite à leurs applications : les connaissances de leur applicateur.

D'ailleurs cette limite nous pose problème dans l'étude de notre système : une partie de l'air dans un tuyau fermé à une extrémité. Pourquoi cela ? Tout simplement parce que les formules mathématiques qui nous permettraient d'étudier aisément ce système, sont beaucoup trop complexes pour de simples lycéens.

Cela étant, il reste possible d'étudier le système sur une seule dimension, grâce à l'application de la seconde loi de Newton et quelques simples calculs mathématiques.

On étudiera donc le système dans les conditions suivantes :

- Le référentiel sera celui du laboratoire (donc galiléen).
- La colonne d'air est considérée comme un milieu de propagation à 1 dimension. Elle sera associée à un axe.
- Une onde acoustique peut être considérée comme la propagation d'une perturbation de pression. Soit la pression atmosphérique (p_0) et la pression relevée pendant l'expérience (p_t). p_1 sera la différence entre p_0 et p_t ($p_1 = p_t - p_0$ donc $p_t = p_0 + p_1$) et s'appellera **pression acoustique**.
- Les ondes sonores qui se propageront, se feront dans la direction du tube et seront longitudinales. On les verra comme étant des perturbations de la colonne d'air du tube, le faisant passer de l'état de repos à celui d'excité.
- On pose μ_0 la masse volumique du système au repos, μ_1 la différence de masse volumique entre μ_0 et μ_t ($\mu_1 = \mu_t - \mu_0$ donc $\mu_t = \mu_0 + \mu_1$). En effet, lorsque l'onde se propagera, la pression à certain endroit augmentera et diminuera à d'autres, il y aura donc pour le même volume plus de molécule : d'où μ_t . Cette expérience est comparable à la propagation d'une onde dans un ressort. Les anneaux se resserrent puis s'écartent.
- La température sera considérée comme constante pour ne pas modifier la valeur de la célérité ($c=340$ m.s⁻¹).

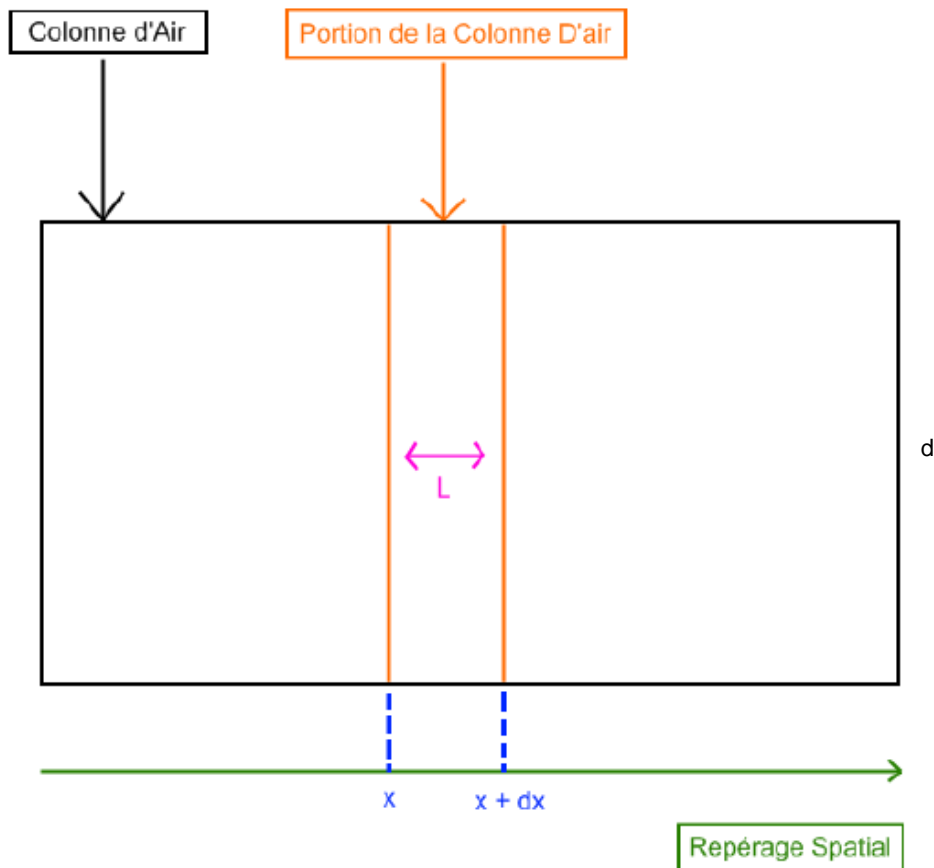
Inventaire des forces :

On admettra qu'une seule force est non négligeable : la pression acoustique. Le son étant défini par la propagation d'une perturbation de pression. Elle pourra être calculée de cette manière :

$$\mathbf{F} = \mathbf{P_t} \times \mathbf{S}$$

avec P_t la Pression en $N.m^{-2}$, F la force exercée en Net S la surface sur laquelle s'exerce la force en m^{-2} .

On obtient donc : $P_t = \frac{F}{S}$ sachant que $P_t = p_0 + p_1$



Application de la 2nd loi de Newton :

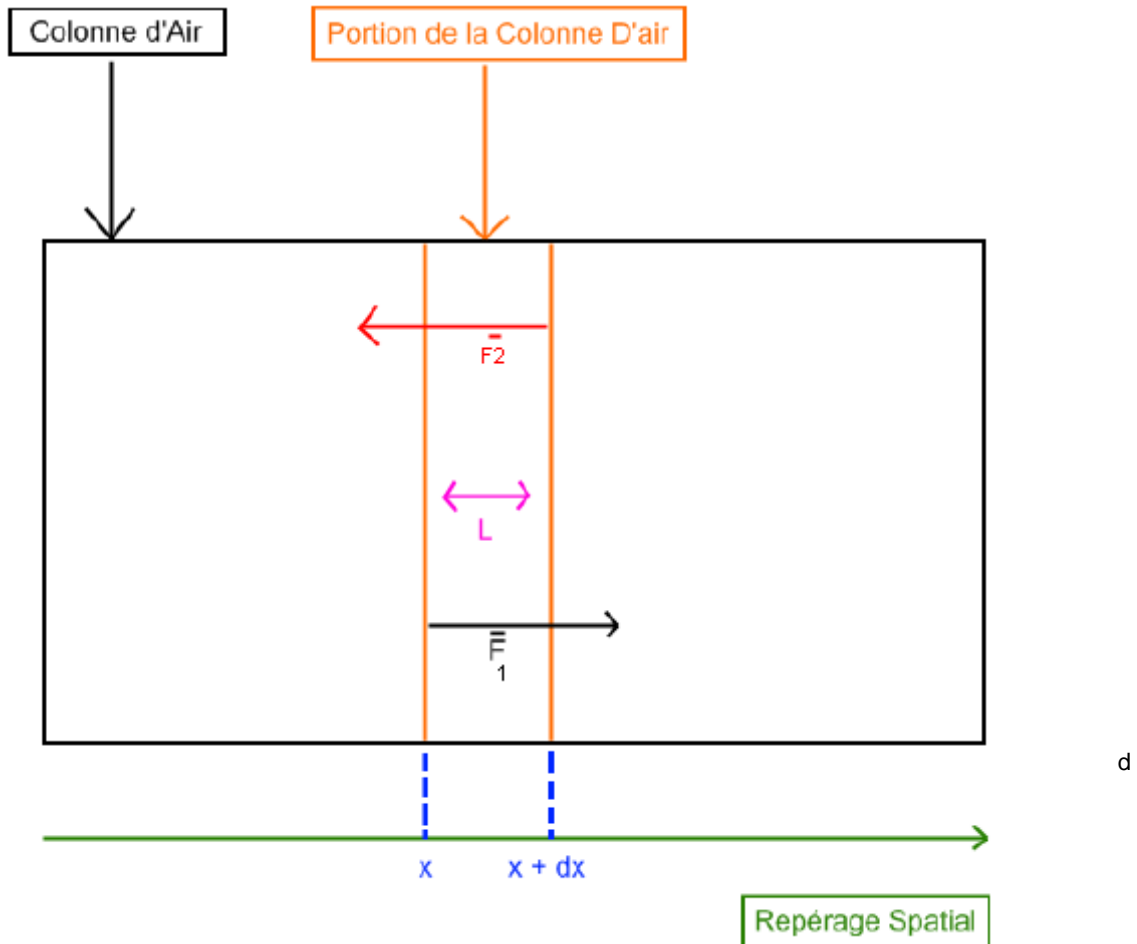
La somme des forces extérieures s'exerçant sur le système est égale au produit de la masse (m_B) de la portion de la colonne d'air par l'accélération de son centre d'inertie.

Nous avons précédemment affirmé que la seule force non négligeable dans le tube est une pression: il en existe en réalité deux de ce même type.

Pour appliquer la 2nd loi de Newton, il nous faut l'expression des deux forces de pression s'exerçant sur la portion d'air arbitrairement choisie. Leurs valeurs sont directement calculables grâce à leurs sections et leurs projections sur l'axe d :

$$\mathbf{F}_1 = \mathbf{S} \cdot (\mathbf{p}_1(\mathbf{x}, \mathbf{t}) + \mathbf{p}_0) \text{ et } \mathbf{F}_2 = - \mathbf{S} \cdot (\mathbf{p}(\mathbf{x} + \mathbf{dx}, \mathbf{t}) + \mathbf{p}_0)$$

F_2 est négative car la force s'exerce dans le sens inverse de celui de l'axe. C'est la projection du vecteur force sur l'axe. Il n'existe donc qu'une seule force non négligeable.



D'après la seconde loi de Newton :

$$\vec{\Sigma} F_{\text{ext}} = m \vec{a}_g$$

$m = S\mu dx$ est la masse de la tranche d'air avec :

μ , la masse volumique de la tranche d'air

dx l'épaisseur de la tranche d'air

S la section intérieure du chalumeau

$a = \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$ l'accélération du centre d'inertie de la tranche d'air suivant l'axe du repère.

$$S\mu dx \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -S[p_1(x + dx, t) - p_1(x, t)]$$

L'exploitation de cette relation entraîne le résultat suivant :4

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$$

Cette équation est l'équation de D'Alembert, pour une propagation d'ondes planes dans une seule direction. Cette équation a des solutions dont l'exploitation permet de retrouver les résultats expérimentaux de notre première partie.

L'onde stationnaire est une des solutions possibles et cela aboutit au résultat suivant :

$$\xi(x, t) = 2A \cos\omega((L-x)/c) \cdot \sin\omega(t-L/c).$$

Expliquons les termes de cette équation :

- $2A \cos(\omega(L-x)/c)$ correspond à l'amplitude de l'onde qui varie suivant l'abscisse x . Les expériences nous ont montré la présence de nœuds et de ventres de vibration (ou de pression). Donc l'amplitude dépend de x .
- $\sin(\omega(t-L/c))$ montre l'évolution en fonction du temps du déplacement pour une abscisse x donnée. La tranche d'air vibre avec une fréquence $\omega/2\pi$.

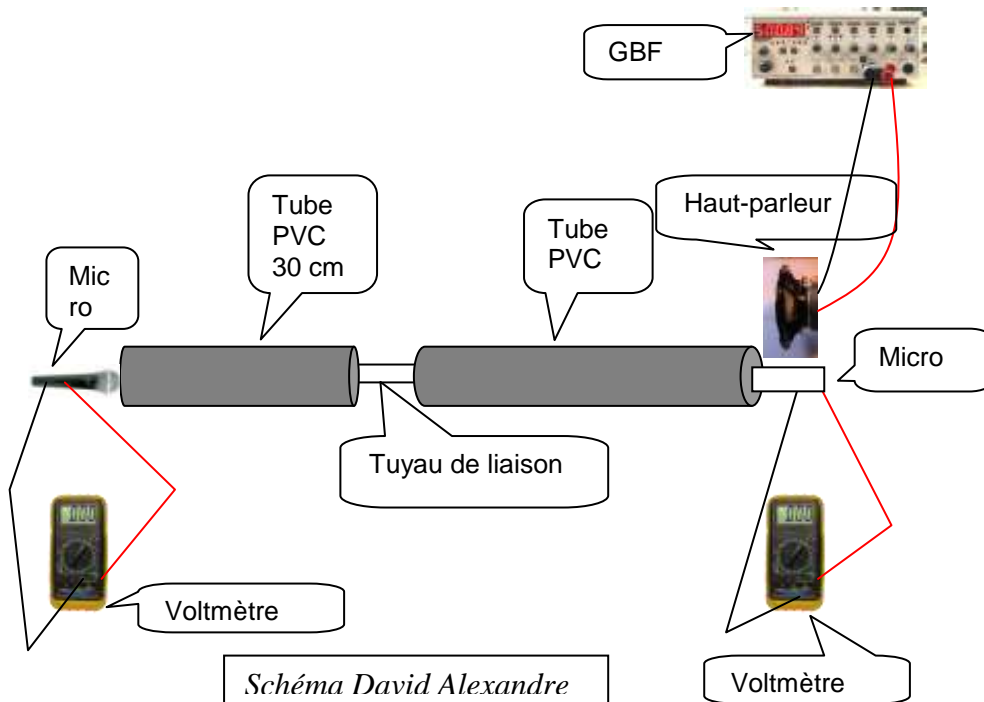
La relation suivante est une conséquence des propriétés de cette solution :

$$L = (2n+1) \lambda / 4$$

On a retrouvé par l'application de la seconde loi de Newton le résultat que nous avons déterminé expérimentalement. La longueur de la colonne d'air résonante est un multiple de la demi-longueur d'onde.

Annexe 2 : Etude de deux colonnes d'air couplées

Nous avons associé deux tuyaux PVC de 30 cm et 70 cm de long avec un petit tube de liaison de 5 cm de long et 1,4 cm de diamètre intérieur. Un micro est placé à chacune des extrémités du montage. Le tuyau de 30 cm modélise le conduit vocal et est « presque » fermé aux deux extrémités. Seul le tuyau de couplage le relie à l'autre tube et à l'extérieur. Nous avons étudié chaque tuyau séparément, puis l'ensemble. Le haut-parleur est placé à côté de l'extrémité ouverte.



Nous avons d'abord étudié le tuyau de 70cm seul, fermé à une extrémité.

Tuyau 1 seul fermé à une extrémité					
L =	70cm	Di =	3,4cm	écarts %	
fcalculée =	121,428571Hz	famesurée =	378Hz	3,62811791	
f3calculée =	364,285714Hz	fbmesurée =	581Hz	-4,49963118	

f5calculée =	607,142857Hz	fcmesurée =	810Hz	-4,9382716
f7calculée =	850Hz			

Pour le tuyau de 70 cm fermé à une extrémité, modélisant la clarinette, la première fréquence de résonance n'est pas décelée. Les harmoniques 3, 5 et 7 sont présents mais avec un écart de moins de 5% par rapport aux fréquences calculées ($f = c/4L$).

Nous avons ensuite étudié le tuyau de 40 cm modélisant le conduit vocal.

Tuyau 2 seul fermé à une extrémité					
L =	40cm	Di =	3,4cm	écarts %	
fcalculée =	212,5Hz	famesurée =	197Hz	-7,8680203	
f2calculée =	425Hz				
f3calculée =	637,5Hz	fbmesurée =	522Hz	-22,1264368	
f4calculée =	850Hz				
f5calculée =	1062,5Hz	fcmesurée =	909Hz	-16,8866887	
f7calculée =	1487,5Hz				

Le tuyau de 40 cm, fermé à une extrémité, modélise le conduit vocal. Le micro est placé sur la paroi fermée opposée au Haut-Parleur. L'ouverture du côté du Haut-parleur est réduite et n'a que 1,8 cm de diamètre pour permettre d'introduire le petit tube de couplage dans les autres expériences (pas ici). La première fréquence de résonance est décelée avec 7,9 % d'écart. La seconde fréquence mesurée semble intermédiaire entre l'harmonique 2 et l'harmonique 3 prévus. En effet du côté HP, le tuyau est partiellement fermé ce qui expliquerait la présence de cet harmonique. La dernière fréquence de résonance décelée semble aussi intermédiaire entre f4 et f5.

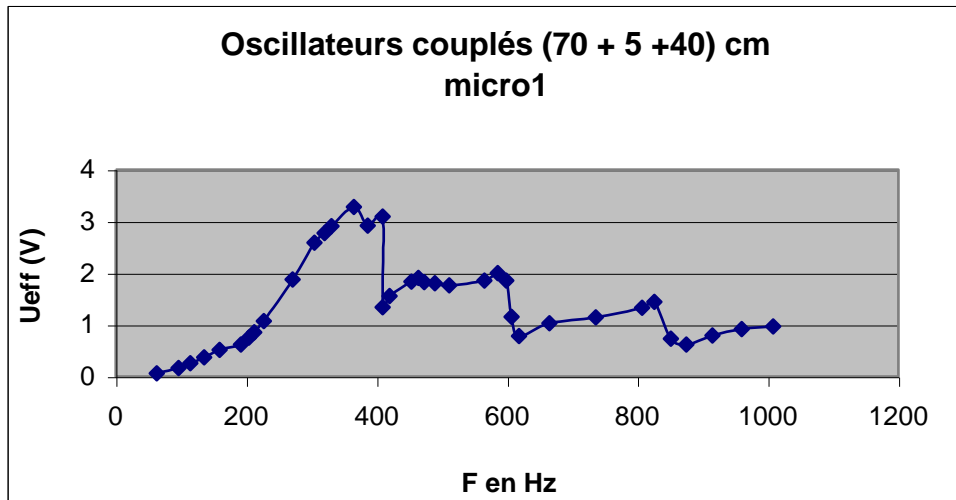
L'étude précédente a été reproduite en rajoutant le petit tuyau de couplage, de 5 cm de long.

Tuyau 2 seul fermé à une extrémité + raccord 5 cm					
L =	45cm	Di =	3,4cm	écarts %	
fcalculée =	188,888889Hz	famesurée =	140Hz	-34,9206349	
f2calculée =	377,777778Hz				
f3calculée =	566,666667Hz	fbmesurée =	456Hz	-24,2690058	
f4calculée =	755,555556Hz				
f5calculée =	944,444444Hz	fcmesurée =	871Hz	-8,43219798	
f7calculée =	1322,222222Hz				

Le tuyau de 40 cm, fermé à une extrémité, modélise le conduit vocal et est associé au petit tuyau de couplage. Le micro est placé sur la paroi fermée opposée au Haut-Parleur. L'ouverture du côté du Haut-parleur est réduite et n'a que 1,8 cm de diamètre pour permettre d'introduire le petit tube de couplage. Les 3 fréquences décelées sont un peu plus faibles que les 3 partiels décelés sans le tube de couplage. Ce petit tuyau fait donc pleinement partie du système résonant, et les fréquences des partiels sont plus faibles à cause de lui.

La première fréquence de résonance est décelée avec 35 % d'écart. La seconde fréquence mesurée semble intermédiaire entre l'harmonique 2 et l'harmonique 3 prévus. En effet du côté HP, le tuyau est partiellement fermé ce qui expliquerait la présence de cet harmonique. La dernière fréquence de résonance décelée semble aussi intermédiaire entre f4 et f5.

Examinons enfin les résultats des tuyaux couplés :



(70 + 5 + 40) cm		Micro1		Micro2	
cm	$D_i =$	3,4cm		$D_i =$	3,4cm
Hz	$f_{mesurée} =$	365Hz		$f_{mesurée} =$	172Hz
Hz					
Hz	$f_{bmesurée} =$	586Hz		$f_{bmesurée} =$	372Hz
Hz					
Hz	$f_{cmesurée} =$	826Hz		$f_{cmesurée} =$	597Hz
Hz					
				$f_{dmesurée} =$	839Hz

Pour les tuyaux couplés, associés à 2 micros et un haut-parleur, on obtient les résultats suivants:

Les valeurs mesurées par le micro1 sont proches de celles obtenues pour le tube de 70 cm seul. Par contre celles perçues par le micro2 sont différentes de celles obtenues pour le tube de 40 cm seul. Micro1 et micro2 ne perçoivent pas les mêmes résonances.

Le couplage a principalement modifié les fréquences de résonance du tube le plus court, modélisant la colonne d'air intérieure du musicien. Le système ne semble pas résonner dans son ensemble. C'est pour cela qu'il faut deux micros d'étude.

A partir du résultat de ces expériences, on peut donc supposer que le couplage entre la colonne d'air du musicien et celle de l'instrument modifiera peu les fréquences de résonance de l'instrument (clarinette). Seules les fréquences de résonance de la colonne d'air intérieure au musiciens seront modifiées de manière notable. Mais cela ne modifie pas le son.

Ce résultat semble contradictoire avec notre première expérience faite avec un tuba contrebasse. Cependant, dans le cas du tuba, nous avons modifié le volume du résonateur vocal en gonflant les joues. Dans l'expérience précédente le tuyau modélisant le conduit vocal n'a pas changé de volume. De plus le tuba contrebasse est un très long tuyau pour lequel les effets du couplage sont plus marqués que pour un tuyau court.

Nous pouvons donc conclure de cette étude que le musicien est bien un second résonateur couplé à l'instrument par l'anche. Cependant l'effet du couplage reste faible dans les conditions normales de jeu et ne peut pas être distingué des autres facteurs influençant la hauteur des notes : pression de l'air, débit de l'air, température de l'air dans l'instrument, forme du résonateur....

Annexe 3 : Modélisation par un circuit électrique

Des modèles électriques sont utilisés dans tous les domaines de la physique car ils permettent d'avoir une image du comportement de systèmes complexes non étudiables directement au laboratoire. Nous sommes 6 élèves dans notre groupe et nous avons ainsi pu nous partager le travail. Deux d'entre nous ont voulu modéliser le couplage musicien anche instrument par un circuit électrique. C'est une occasion d'essayer de mieux maîtriser le cours d'électricité de Terminale.

Nous avons d'abord voulu préciser nos connaissances sur la résonance d'un dipôle LC, qui est au programme de Terminale S. Un circuit LC est un circuit où la bobine est dite idéale et où la résistance du circuit est nulle. Ces oscillations électriques sont dites libres, car elles apparaissent spontanément, sans source de tension sinusoïdale. Grâce à la loi des mailles et des équations caractéristiques des deux dipôles, on peut écrire une équation différentielle pour la charge du condensateur :

$$L\ddot{q} + q/C = 0.$$

La solution est :

$u_c(t) = q(t)/C = U_m \cos(\omega t + \Phi_0)$ où U_m , ω et Φ_0 sont des constantes caractéristiques du circuit, qui dépendent des conditions initiales (à l'instant $t=0$)

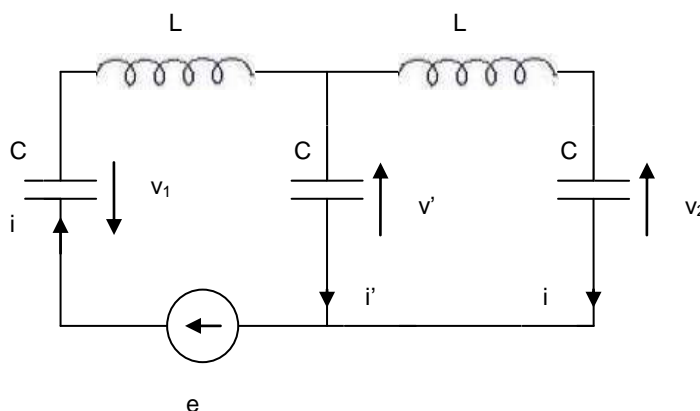
avec $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ et la fréquence propre

$$f_0 = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Ce résultat va nous permettre de prévoir les fréquences de résonance des circuits que nous allons étudier. Ces circuits ont une résistance faible qui ne modifie pas la valeur de la fréquence de résonance.

Un instrument de musique à vent comporte une colonne d'air qui entre en résonance lors de la production d'un son et un système vibrant qui produit le son. Un circuit électrique excité à une fréquence proche de sa fréquence propre entrera lui aussi en résonance. L'excitateur est un générateur de signaux.

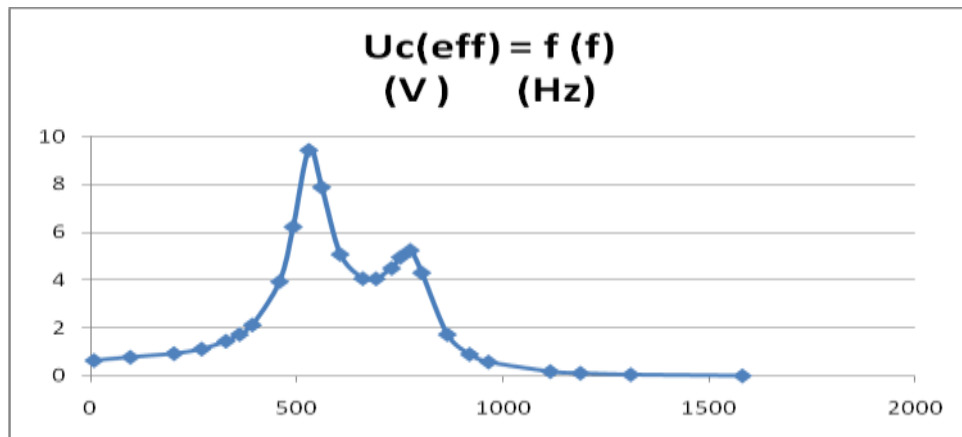
Nous avons étudié un dipôle LC couplé à un autre dipôle LC par un condensateur. Chaque dipôle LC correspond à une colonne d'air, l'un pour celle du conduit vocal et l'autre celle de la clarinette, et le condensateur de couplage correspond à l'anche.



Nous avons utilisé 2 bobines de valeur $L=10,4$ mH, 2 condensateurs $C = 10$ microF et un condensateur de couplage $C' = 15$ microF. Nous n'avons pas vraiment choisi les valeurs, mais plutôt utilisées celle qui étaient à notre disposition.

Selon notre cours de Terminale, la fréquence de résonance d'un circuit LC est :

$$F = 1/(2\pi(LC)^{0.5}) = 493,5 \text{ Hz pour } L=10,4 \text{ mH et } C = 10 \text{ microF}$$



Nous repérons 2 fréquences de résonance $F_1 = 529$ Hz et $F_2 = 775$ Hz

Modifions C' , c'est à dire la valeur du condensateur de couplage, modélisant l'anche.

Pour $C' = 1 \mu\text{F}$ alors F_1 reste inchangée mais $F_2 = 3223$ Hz

Pour $C' = 2 \mu\text{F}$ alors F_1 reste inchangée mais $F_2 = 1551$ Hz

Pour $C' = 5 \mu\text{F}$ alors F_1 reste inchangée mais $F_2 = 1126$ Hz

Quand C' varie la première fréquence de résonance ne change pas, toujours 529 Hz, soit un écart de 6,7% par rapport à la valeur que nous avons calculé avec la formule du cours. Plus C' augmente, plus la seconde fréquence de résonance diminue.

Il est possible de construire des circuits électriques RLC pouvant résonner comme les tuyaux sonores et pouvant servir de modèle au comportement d'une colonne d'air.

Un tuyau résonant fermé-ouvert a pour fréquence de résonance $f_{\text{tuyau}} = v_{\text{son}} / (4L_{\text{tuyau}})$

Si $f_{\text{tuyau}} = f_{\text{RLC}}$ alors $L_{\text{tuyau}} = v_{\text{son}} \pi \sqrt{LC} / 2 = 34500\pi(\sqrt{(10,4 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^{-6})}) / 2 = 17,5$ cm.
Donc :

Un circuit résonant LC avec $L=10,4$ mH et $C = 10$ microF, a même fréquence de résonance qu'un tuyau cylindrique fermé à un extrémité de 17,5 cm de long.

Un circuit LC peut donc modéliser une clarinette, l'autre l'instrumentiste et le couplage des deux est comparable à l'instrument en situation de jeu.

Nous avons fait deux expériences complémentaires, ou cette fois-ci les deux circuits LC couplés sont différents:

$L_1 = 10,4/2$ mH; $L_2 = 10,4$ mH; $C = 10$ microF; $C' = 10$ microF

F1 607 Hz

F2 1263 Hz

Fréquences de résonance calculée des dipôles LC non couplés : $F_{\text{calculé}} = 698$ Hz et 529 Hz

$L = 10,4$ mH; $C_2 = 10$ microF; $C_1 = 5$ microF (côtéGBF); $C' = 10$ microF

F1 619 Hz

F2 959 Hz

Fréquences de résonance calculée des dipôles LC non couplés : $F_{\text{calculé}} = 698$ Hz et 529 Hz.

Pour un système constitué de deux dipôles LC différents, les fréquences de résonance mesurées ne correspondent plus aux fréquences de résonance des dipôles LC seuls. Le couplage a modifié les fréquences de résonance.

Ce petit essai de modélisation par un circuit électrique nous a montré que le couplage de deux circuits LC différents, par un condensateur modifie la valeur des fréquences de

résonance. Remarquons que la fréquence $F_1 = 529$ Hz correspond à la fréquence de résonance mesurée d'une clarinette sans pavillon. Les valeurs des fréquences étudiées sont proche pour le système électrique et pour le système acoustique.

Nous pouvons donc établir une comparaison. Le couplage de deux circuits LC modifie leurs fréquences de résonance. Le couplage musicien-instrument-anche modifie la fréquence de résonance fondamentale de l'instrument.

Annexe 4 : Notre programme en Visual basic

Zakaria Habri s'est investi dans la préparation d'un programme permettant de calculer la fréquence que produira un tuyau à anche simple donné et d'écouter le son. La programmation en VisualBasic est centré autour de la fonction BEEP qui permet d'émettre par le haut-parleur système de l'ordinateur un son de fréquence et de longueur choisies.

