Olympiades de physique 2012/13

Durée des saisons et mouvement du Soleil

JOSSE Eva
SCHALLER Victor
VILLENEUVE Amandine

Lycée Jean Monnet - Annemasse

Table des matières

RESUME : **3**

INTRODUCTION : **4**

I. Les saisons astronomiques **4**

1. La trajectoire du Soleil dans le Ciel **4**
a) Le mouvement journalier 4
b) La trajectoire du Soleil au fil des saisons 5

2. Pourquoi le Soleil a-t-il une trajectoire qui varie de jour en jour ? **6**

3. Les saisons astronomiques **7**

II. Comment déterminer la durée des saisons ? **7**

1. Deux notions préalables **7**
a) La latitude et la longitude d'un point terrestre 7
b) Où retrouve-ton la latitude d'un lieu sur la voûte céleste ? 8

2. Comment mesurer la déclinaison du Soleil ? **8**
a) Mesure de la déclinaison du Soleil lors du passage au méridien 9
b) Notre instrument de mesure : le sextant 9
c) A quel moment le Soleil passe au méridien (au sud) ? 12

3. Le problème de la réfraction atmosphérique **14**

III. Durées du printemps et de l'été : **15**

1. Détermination des équinoxes de printemps et d'automne **16**

2. Détermination du solstice d'été **19**

3. Récapitulatif des résultats : **21**

IV. Un modèle pour calculer la date du solstice d'hiver **22**

1. Le modèle de Kepler : les orbites elliptiques **22**

2. Un autre modèle : le cercle excentrique **22**
a) Présentation du modèle 22
b) Comment trouver la position du Soleil à l'intérieur de cercle ? Une méthode graphique.. .24
c) Calculer la date du solstice d'hiver 25

CONCLUSION : **25**

RESUME :

A quoi correspondent les saisons astronomiques ? Comment mesurer précisément leur durée ? Pourquoi les quatre saisons n'ont-elles pas la même durée ? Ce sont les trois questions principales que nous nous sommes posées. Pour répondre à la première, il faut tout d'abord comprendre ce que sont les équinoxes et les solstices. Ces positions particulières de la Terre sur son orbite sont caractérisées par la position du Soleil par rapport à l'équateur terrestre, c'est-à-dire par la valeur de la déclinaison δ du Soleil (angle entre la direction du Soleil et le plan de l'équateur terrestre) : les équinoxes correspondent au moment où le Soleil est dans le plan équatorial (la déclinaison est nulle) ; les solstices correspondent au moment où le Soleil est au plus haut ou au plus bas par rapport à l'équateur (la déclinaison est maximale ou minimale). Les saisons sont alors données par le temps mis par la Terre pour passer d'un équinoxe à un solstice ou d'un solstice à un équinoxe (le printemps est par exemple l'intervalle de temps entre l'équinoxe de printemps et le solstice d'été).

Déterminer la durée des saisons demande donc de connaître la date précises des solstices et des équinoxes et donc de trouver les moments où la déclinaison est minimale, nulle ou maximale. Pour cela, nous avons mesuré la hauteur du Soleil dans le Ciel au midi solaire (lorsque le Soleil culmine, dans la direction du sud), grâce à un instrument particulier : le sextant. Cet instrument est plutôt utilisé par les marins mais il est également possible de l'utiliser sur terre en ayant recours au reflet du Soleil sur une bassine d'eau. Les mesures régulières de la hauteur du Soleil à midi nous ont permis d'en déduire la déclinaison du Soleil et en interpolant entre nos mesures nous avons pu déterminer, pour l'année 2012, le moment de l'équinoxe de printemps, celui du solstice d'été et celui de l'équinoxe d'automne. Nous avons obtenu une durée du printemps de 92,6 jours et une durée de l'été de 93,6 jours en bon accord avec les valeurs données par les astronomes (printemps de 92,7 jours et été de 93,6 jours).

Nous avons ensuite voulu déterminer le moment du solstice d'hiver, non à partir d'observations, mais en utilisant un calcul. Le modèle de l'orbite elliptique de Kepler nous a cependant paru trop compliqué et nous nous sommes inspirés du modèle imaginé par les savants Grecs pendant l'Antiquité. Nous avons supposé que la Terre tourne uniformément sur un cercle mais que le Soleil est légèrement décalé par rapport au centre du cercle. Par un effet de perspective, les quatre saisons ne sont alors pas égales. Grâce à une construction graphique, nous avons pu déterminer la position du solstice d'hiver et calculer la durée des deux dernières saisons : l'automne dure 90,0 jours et l'hiver 89,3 jours. Encore une fois l'accord avec les durées données par les astronomes est bon (automne de 89,9 jours et hiver de 89,0 jours).

INTRODUCTION :

Dans le langage courant, lorsqu'on parle des saisons, on sous-entend les saisons climatiques. C'est-à-dire une période de l'année caractérisée par une certaine constance des températures. Dans nos régions tempérées, l'année est découpée en quatre saisons, chacune marquée par des conditions météorologiques particulières : dans l'hémisphère nord, l'hiver correspond à une baisse des températures, au contraire de l'été par exemple. Mais plus on se rapproche de l'équateur, plus les différences entre les saisons climatiques sont peu marquées. Dans les régions équatoriales, il n'y en a plus que deux, définies non plus par rapport à la température mais par rapport à la pluviométrie : la saison sèche et celle des pluies.

En astronomie, les saisons reçoivent une définition plus précise. Elles correspondent à des intervalles de temps qui séparent des positions particulières de la Terre sur son orbite, positions qui sont appelées les équinoxes ou les solstices. Les saisons climatiques sont bien sûr liées aux saisons astronomiques : la chaleur reçue par la Terre dépend de l'angle sous lequel arrive les rayons du Soleil et cet angle dépend de la position de la Terre sur son orbite. En été (dans nos régions), le Soleil grimpe haut dans le Ciel, les rayons solaires tombent presque verticalement. Il faut plus chaud qu'en hiver, lorsque le Soleil reste bas sur l'horizon et que ses rayons arrivent fortement inclinés.

Dans notre travail, nous nous intéressons uniquement aux saisons astronomiques. Un point qui nous a intrigué est que les saisons n'ont pas des durées égales : l'été et le printemps sont plus longs que l'automne et que l'hiver. Nous avons voulu nous-mêmes mesurer la durée des saisons et comprendre pourquoi elles n'étaient pas égales.

I. Les saisons astronomiques

Pour comprendre la définition des saisons astronomiques, il faut d'abord comprendre comment varie la trajectoire du Soleil dans le Ciel au cours de l'année.

1. La trajectoire du Soleil dans le Ciel

On sait aujourd'hui que la course du Soleil dans le Ciel est un mouvement apparent, reflet des mouvements réels de la Terre : la rotation propre de notre planète sur elle-même en une journée explique la succession des jours et des nuits et sa révolution autour du Soleil en une année explique la succession des saisons. C'est l'interprétation héliocentrique, défendue la première fois par Nicolas Copernic en 1543.

a) Le mouvement journalier

Au cours de la journée, le Soleil décrit une trajectoire circulaire dans le Ciel (Figure 1). Il se lève du côté de l'est, monte graduellement jusqu'à un point culminant où il indique la direction du sud, puis redescend pour se coucher du côté de l'ouest. La nuit, c'est au tour des étoiles d'effectuer des mouvements similaires et de tourner dans le Ciel d'est en ouest (Figure 3). Une seule étoile reste immobile : l'étoile Polaire, qui indique la direction du nord. Toutes les autres décrivent des arcs de cercle autour d'elle, d'autant plus grands qu'elles en sont éloignées. Celles qui en sont les plus proches restent constamment au-dessus de l'horizon : elles ne se couchent jamais et restent visibles tant qu'elles ne sont pas noyées dans la lumière solaire ; on les appelle les étoiles circumpolaires.

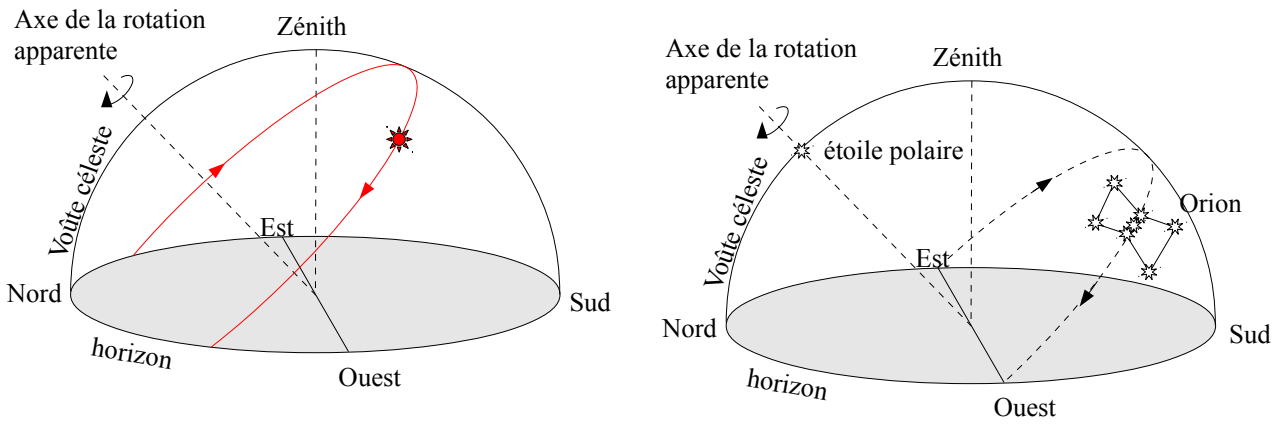


Figure : Représentation schématique de la trajectoire du Soleil pendant la journée et des étoiles la nuit sur la voûte céleste. Les astres décrivent des arcs de cercle, tous parallèles entre eux et perpendiculaires à l'axe de la rotation apparente, qui passe approximativement par l'étoile Polaire.

C'est l'observation de ces mouvements circulaires et surtout de la rotation des étoiles circumpolaires qui peut donner l'illusion que le Ciel est comme une voûte sphérique enveloppant la Terre et tournant en bloc autour d'un axe passant (approximativement) par l'étoile Polaire. Cette représentation du Ciel est fausse bien entendu mais, encore une fois, elle est très commode lorsqu'on se limite à une description de ce que l'on voit.

b) La trajectoire du Soleil au fil des saisons

Au fil de l'année, la trajectoire que le Soleil effectue chaque jour dans le Ciel évolue : le Soleil monte plus ou moins haut dans le ciel ; il se lève et se couche à des endroits différents et le jour dure plus ou moins longtemps. La trajectoire du Soleil dans le Ciel change donc chaque jour mais ***toutes ses trajectoires sont parallèles entre elles et perpendiculaires à l'axe de rotation de la Terre***.

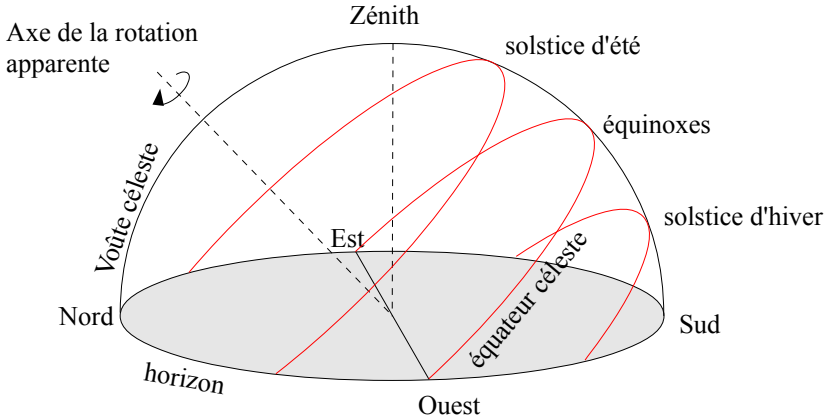


Figure : Trajectoires du Soleil au cours de l'année.

Le jour des équinoxes de printemps et d'automne, le Soleil décrit l'équateur céleste. Ce sont les seuls deux jours de l'année où le Soleil se lève exactement à l'est et se couche exactement à l'ouest et où le jour et la nuit ont des durées égales de 12h. Le jour du solstice d'été, le Soleil atteint sa plus grande hauteur dans le ciel ; il se lève au nord-est et se couche au nord-ouest. Le jour du solstice d'hiver, c'est le moment où le Soleil reste le plus bas. Il se lève au sud-est et se couche au

sud-ouest.

Ce qui change au cours de l'année, c'est donc ***uniquement la position du Soleil par rapport à l'équateur céleste*** (c'est-à-dire la déclinaison du Soleil, voir plus loin). De l'équinoxe de printemps à l'équinoxe d'automne en passant par le solstice d'été, le Soleil est au dessus de l'équateur ; le reste de l'année, il est en dessous.

2. Pourquoi le Soleil a-t-il une trajectoire qui varie de jour en jour ?

La Terre tourne autour du Soleil en une année et son plan de révolution définit le plan de l'écliptique. L'élément déterminant est que l'axe de rotation de la Terre sur elle-même, qui reste toujours parallèle à lui-même, n'est pas perpendiculaire au plan de l'écliptique mais est incliné par rapport à cette perpendiculaire d'un angle appelé obliquité de l'écliptique et égale à $\varepsilon = 23{,}43°$.

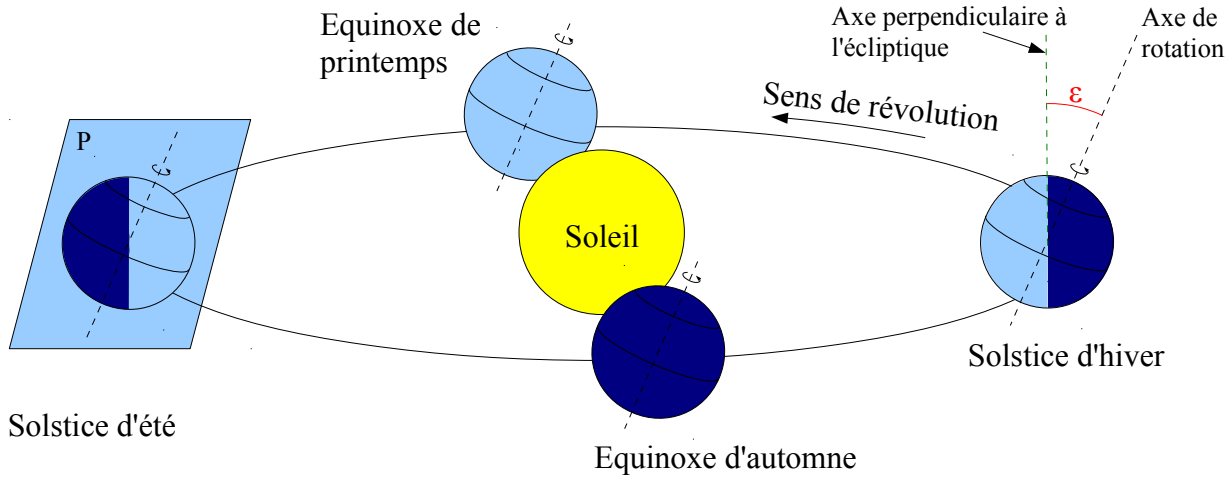


Figure : L'orbite de la Terre autour du Soleil définit le plan de l'écliptique. Au solstice d'été, le pôle nord est éclairé alors que le pôle sud reste constamment dans l'ombre. C'est le contraire en hiver. ε est l'obliquité de l'écliptique.

Au cours de sa révolution autour du Soleil, la Terre ne présente pas toujours la même configuration au Soleil. Elle change d'orientation par rapport à lui, ce qui fait varier la position du Soleil par rapport au plan de l'équateur. La déclinaison δ du Soleil est l'angle entre la direction du Soleil et le plan équatorial. Au cours de l'année, en fonction de la position de la Terre sur son orbite, cette déclinaison du Soleil évolue.

Considérons le plan *P* qui contient l'axe de rotation de la Terre et qui est perpendiculaire au plan de l'écliptique. Il existe 4 positions remarquables, en fonction de la position du Soleil par rapport au plan *P* :

- *Au solstice d'été* : La direction Terre-Soleil est contenue dans le plan P. Le Soleil étant au-dessus de l'équateur, il a sa déclinaison maximale : $\delta = +\varepsilon = 23°26'$.
- *A l'équinoxe d'automne* : La direction Terre-Soleil est perpendiculaire au plan P. Le Soleil est exactement dans le plan de l'équateur, sa déclinaison est nulle : $\delta = 0°$.
- *Au solstice d'hiver* : La direction Terre-Soleil est contenue dans le plan P. Le Soleil étant en-dessous de l'équateur, il a sa déclinaison minimale : $\delta = -\varepsilon = -23°26'$.
- A l'équinoxe de printemps : La direction Terre-Soleil est perpendiculaire au plan P. Le Soleil est exactement dans le plan de l'équateur, sa déclinaison est nulle : $\delta = 0°$.

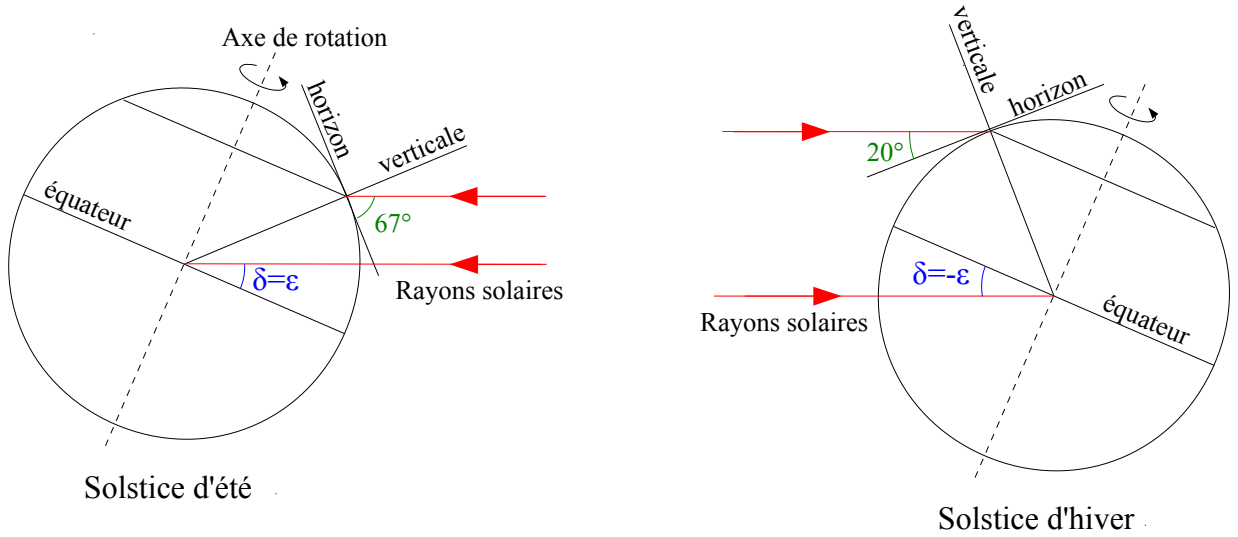


Figure : Les figures sont réalisées pour un point de 46° de latitude nord (Annemasse). Le jour du solstice d'été, le Soleil a sa plus grande déclinaison. A midi, il atteint sa plus grande hauteur dans le Ciel. Le jour du solstice d'hiver, le Soleil a sa plus petite déclinaison. A midi, il atteint sa plus petite hauteur dans le Ciel.

3. Les saisons astronomiques

Les saisons astronomiques sont définis de la manière suivante :

- ***Le printemps :*** durée s'écoulant entre l'équinoxe de printemps et le solstice d'été.
- ***L'été :*** durée s'écoulant entre le solstice d'été et l'équinoxe d'automne.
- ***L'automne :*** durée s'écoulant entre l'équinoxe d'automne et le solstice d'hiver.
- ***L'hiver :*** durée s'écoulant entre le solstice d'hiver et l'équinoxe de printemps.

II. Comment déterminer la durée des saisons ?

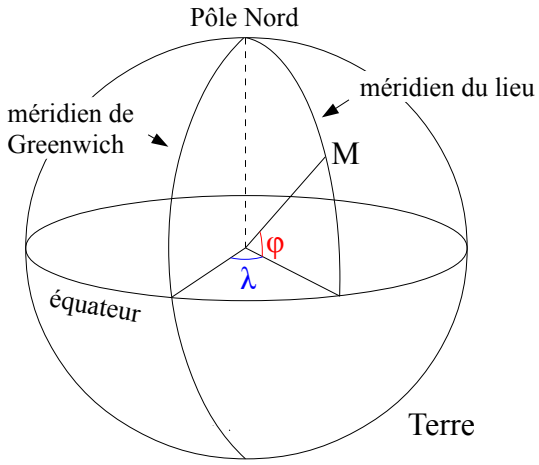
Déterminer la durée des saisons nécessite de déterminer le moment précis des équinoxes et des solstices. Ceci impose de savoir mesurer la déclinaison du Soleil et de pouvoir déceler les moment où cette déclinaison est nulle (équinoxe), maximale (solstice d'été) ou minimale (solstice d'hiver). Mais avant de présenter les méthodes que nous allons utiliser, il faut préciser deux notions préalables.

1. Deux notions préalables

a) La latitude et la longitude d'un point terrestre

Pour repérer un point à la surface de la Terre, deux angles sont nécessaires :

- *La latitude* φ : la latitude astronomique est l'angle que fait la verticale du lieu avec le plan équatorial.
- *La longitude* λ : la longitude est l'angle entre le méridien du lieu et le méridien de Greenwich.

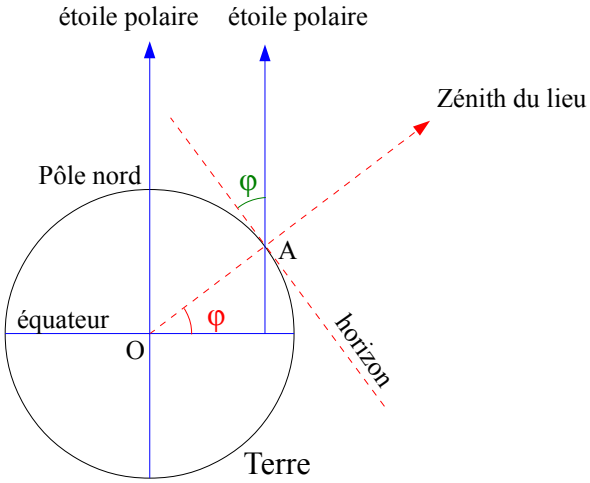


Les coordonnées géographiques de notre lycée, où auront lieu les observations sont les suivantes (nous les avons trouvées sur le site géoportail de l'IGN : http://www.geoportail.gouv.fr) :

- Latitude : 46° 10' 56" (environ 46,2°)
- Longitude : 6° 14' 52" (environ 6,25°)

b) Où retrouve-ton la latitude d'un lieu sur la voûte céleste ?

Sur la figure suivante, on voit que ***la latitude d'un lieu, qui est l'angle entre la verticale et l'équateur, est aussi égale à la hauteur du pôle sur l'horizon.***



Lorsqu'on regarde le ciel dans la direction du nord, l'angle entre la direction de l'étoile polaire et l'horizontale est égale à la latitude du lieu.

2. Comment mesurer la déclinaison du Soleil ?

La difficulté principale est donc de pouvoir déterminer la déclinaison du Soleil. Celle-ci change constamment au fil des heures. Nous ne pourrons la mesurer qu'au moment du midi solaire, lorsque le Soleil culmine (passage au méridien du lieu).

a) Mesure de la déclinaison du Soleil lors du passage au méridien

Lorsque le Soleil passe au méridien du lieu, il peut être repéré par sa hauteur h au dessus de l'horizon et par sa déclinaison δ au dessus de l'équateur :

- Sa **hauteur *h*** au-dessus de l'horizon : angle entre la direction du Soleil et le plan horizontal. h est comprise entre 0° (le Soleil est dans l'horizon, au moment de son lever et de son coucher) et 90° (le Soleil est au zénith du lieu, ce qui n'arrive jamais pour nos latitudes).
- Sa **déclinaison δ** au-dessus de l'équateur céleste : angle entre la direction du Soleil et le plan équatorial. δ varie de -23,43° à +23,43°.

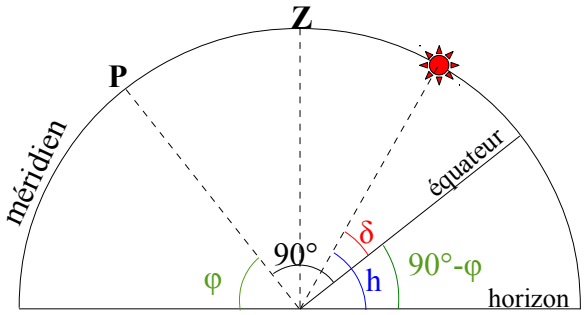


Figure : Passage du Soleil au méridien (le Soleil est au dessus de l'équateur, nous sommes au printemps ou en été). P est l'étoile polaire, Z le zénith. L'angle entre la direction de l'étoile polaire et l'horizon est égal à la latitude du lieu.

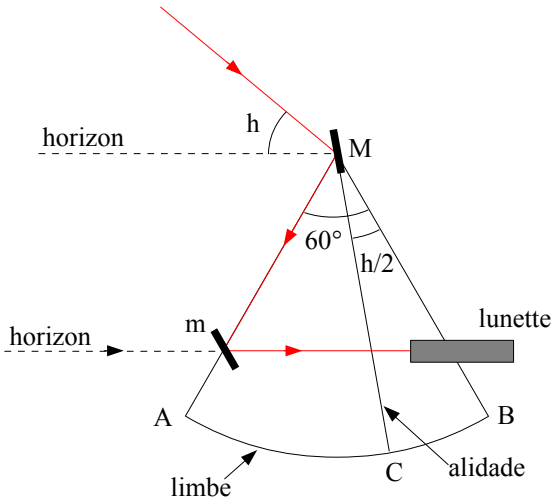
Sur la figure, on voit que : $90-\phi=h-\delta$ et donc : $\delta=h+\phi-90$.

Si on mesure h et si on connaît φ, alors on peut calculer la déclinaison δ du Soleil.

b) Notre instrument de mesure : le sextant

- *L'utilisation d'un sextant*

Le sextant est un instrument qui a été inventé au XVIIIe siècle, par John Hadley, un mathématicien anglais et Thomas Godfrey, un inventeur américain, spécialement pour observé la hauteur des astres dans le ciel, c'est-à-dire l'angle entre leur direction et l'horizon. Il avait pour but de permettre aux navigateurs de se situer sur les mers en déterminant la latitude du navire. Jusqu'à l'invention du GPS, il avait donc une grande importance pour le marin.



M : miroir mobile, attaché à l'alidade

m : miroir semi-réfléchissant fixe, parallèle à MB

Figure : Le miroir m et la lunette sont fixes. Le miroir M tourne autour d'un axe au moyen de l'alidade. On déplace celle-ci à l'aide d'un micromètre de façon à viser à la fois dans la lunette directement l'horizon et indirectement l'astre après double réflexion sur les miroirs M et m.

En principe, un sextant s'utilise en mer. L'appareil étant tenu à la main, l'observateur dirige la lunette sur l'horizon (surface de l'océan), qu'il aperçoit à travers le miroir *m* semi-réfléchissant. En même temps, il manœuvre l'alidade *MC* de façon à apercevoir, par double réflexion sur *M* et sur la partie réfléchissante de *m*, l'astre dont il veut mesurer la hauteur (Soleil, Lune, étoiles).

Lorsque la coïncidence des deux images est réalisée, c'est-à-dire lorsque l'on voit dans la lunette à la fois l'horizon et l'astre observé, il suffit de lire sur le limbe AB l'angle *h* cherché. Pour éviter la multiplication par 2, le limbe *AB* (qui correspond à un angle de 60°) est divisé en 120 parties égales que l'on numérote comme si c'étaient des degrés.

- *Comment faire une mesure de la hauteur du Soleil sur la terre ferme ?*

La Haute Savoie n'étant pas à proximité de l'océan (!), on ne peut pas viser la surface de l'océan pour avoir l'horizon. L'astuce consiste à utiliser le reflet du Soleil dans un étang ou dans un petit bac rempli d'eau. En plaçant notre œil dans la lunette, on vise le reflet du Soleil dans l'eau, puis on bouge l'alidade du sextant jusqu'à apercevoir l'image du Soleil par double réflexion sur les deux miroirs. Cette opération est délicate car le sextant doit être tenu parfaitement verticalement pour

pouvoir apercevoir simultanément les deux images du Soleil. Il est plus facile d'utiliser l'étang que le petit bac d'eau pour faire cette première recherche.

Mais le moindre souffle de vent fait bouger la surface de l'étang, ce qui ne permet pas une mesure précise. On utilise alors le petit bac d'eau car il est possible de protéger celui-ci par des vitres en verre pour éviter la perturbation due au vent. La vis micrométrique permet de juxtaposer très précisément les deux images du Soleil. L'angle mesuré est le double de la hauteur du Soleil.

Mesure de 2 fois la hauteur du Soleil

Figure : le reflet du Soleil sur un étang ou sur une petite bassine d'eau permet de mesurer deux fois la hauteur du Soleil.

c) A quel moment le Soleil passe au méridien (au sud) ?

On a besoin de mesurer la hauteur du Soleil lorsqu'il passe au méridien. Encore faut-il savoir quand à lieu ce moment. On essaie d'abord par un calcul puis par des observations.

- ***Par un calcul***

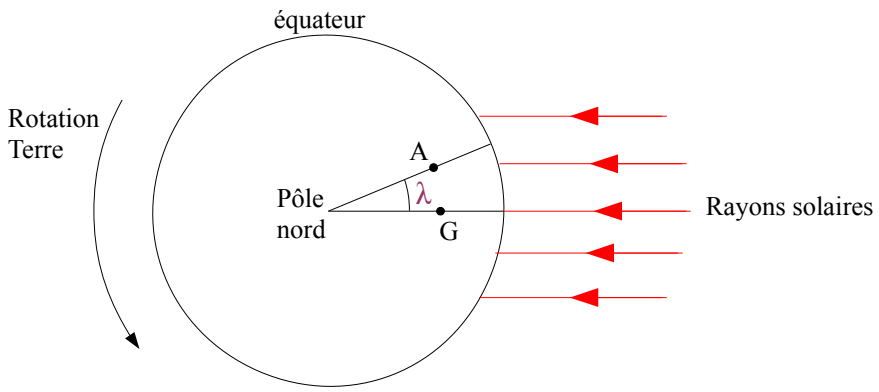


Figure : Calcul de l'heure du passage du Soleil au méridien d'Annemasse A. Entre le moment où le Soleil est dans le méridien d'Annemasse et le moment où il est dans le méridien de Greenwich, la Terre a tourné de l'angle λ (longitude d'Annemasse)

Nous travaillons en Temps Universel, sans tenir compte de l'ajout de 1 heure en hiver et de 2 heures en été. Nous partons du principe que le Soleil passe au méridien de Greenwich (midi solaire) à 12h pile.

Comme la Terre tourne d'ouest en est et que Annemasse est située à l'est de Greenwich, le midi solaire est survenu plus tôt à Annemasse qu'à Greenwich. La différence de temps Δt est égale à la durée mise par la Terre pour tourner de l'angle λ (longitude d'Annemasse = 6,248°).

Pour tourner de 360°, la Terre met $24\,h = 24 \times 60\,min$

Pour tourner de λ = 6,248°, elle met : $\Delta t = \frac{6{,}248 * 24 * 60}{360} = 25\,min$

Le midi solaire à Annemasse survient donc à 11h35min. Notre calcul cependant n'est pas exact. En vérifiant l'heure du midi solaire sur le site de l'IMCCE (Institut de Mécanique Céleste et de Calcul des Ephémérides : http://www.imcce.fr/langues/fr/), nous avons eu la surprise de voir que l'heure du midi solaire change en fonction du moment de l'année, avec un décalage de ±16min par rapport à notre calcul. Celui-ci ne donne donc que l'heure moyenne du midi solaire.

Conclusions : - en été : le midi solaire est environ 11h35min + 2h = 13h35min
- en hiver : le midi solaire est environ 11h35min + 1h = 12h35min

- ***Par des observations***

La course du Soleil dans le Ciel est symétrique par rapport au point le plus haut. Si on a l'horaire pour lequel le Soleil atteint une certaine hauteur dans le Ciel lorsqu'il monte et l'horaire lorsqu'il atteint la même hauteur lorsqu'il descend, le midi solaire est le milieu des deux horaires. Si

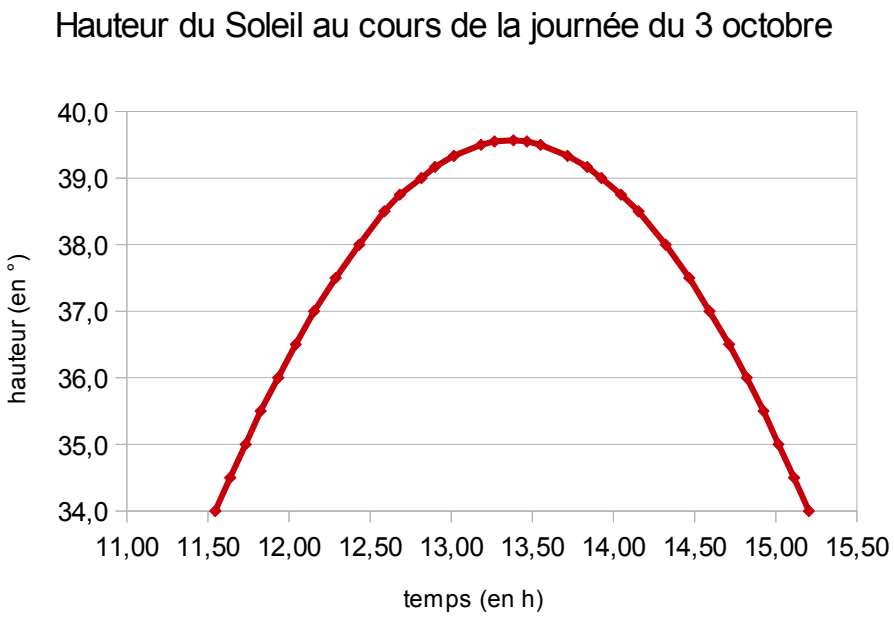
on fait plusieurs fois la même manipulation, on peut faire la moyenne de nos résultats et donc minimiser les erreurs.

Nos observations :

- On regarde si la montre utilisée est à l'heure : la nôtre, le jour des mesures retarde de 1min4s par rapport à l'heure de l'horloge parlante.
- On commence environ 2 h avant le midi solaire (d'après le calcul précédent) puis on note l'horaire tous les degrés puis plus finement lors de la montée et lors de la descente.
- Pour faire une mesure, on règle le sextant sur une hauteur donnée et on attend que le Soleil, grâce à son mouvement naturel (lorsqu'il monte ou lorsqu'il descend), atteigne cette hauteur.
- Plus on se rapproche du midi solaire, plus le Soleil monte ou descend lentement, donc plus il est difficile d'être précis dans l'horaire : au début, on se trompe au plus d'une trentaine de seconde puis à la fin (au moment où le Soleil est proche de sa hauteur maximale), l'erreur peut atteindre 1min30s.

Mesure		S. montant			S. descendant			Moyenne	
°	'	h	min	s	h	min	s	h	min
68		11	32	45	15	12	15	13	22,5
69		11	38	15	15	6	45	13	22,5
70		11	44	0	15	1	0	13	22,5
71		11	49	30	14	55	30	13	22,5
72		11	56	0	14	49	15	13	22,6
73		12	2	30	14	42	45	13	22,6
74		12	9	15	14	35	30	13	22,4
75		12	17	15	14	28	0	13	22,6
76		12	26	0	14	19	15	13	22,6
77		12	35	15	14	9	15	13	22,3
78		12	49	0	13	55	30	13	22,3
78	20	12	54	0	13	50	15	13	22,1
78	40	13	1	0	13	43	0	13	22,0
79		13	11	0	13	33	0	13	22,0
79	6	13	16	0	13	28	0	13	22,0

Tableau des mesures (c'est le double de la hauteur du Soleil qui est mesuré)



Résultat : si on prend la moyenne des 9 premières mesures (les plus précises), on obtient pour le midi solaire 13h22min32s. Si on ajoute le retard de la montre, on obtient : 13h23min36s. Sur le site de l'IMCCE, on trouve un midi solaire pour le 3 octobre à Annemasse de 13h23min56s. On est donc à 20s près, c'est compatible avec les erreurs que l'on peut faire sur chaque mesure.

Conclusions :

- Trouver l'heure exacte du midi solaire est difficile.
- Mais trouver la hauteur maximale atteinte par le Soleil est plus facile (et c'est ce qui nous préoccupe!) : **on a une période de 12 minutes environ pour faire et refaire la mesure** pendant laquelle la hauteur du Soleil varie peu, voire très peu.
- En revanche, **lorsque nous faisons les trois la même mesure (au moment où la hauteur du Soleil reste stable), nous n'obtenons pas exactement le même résultat : il y a un écart d'environ 2' entre nous : ce sera la limite de notre précision**.

3. Le problème de la réfraction atmosphérique

Un rayon lumineux ne se propage en ligne droite que dans les milieux homogènes. Au contraire, lorsqu'il passe d'un milieu d'indice plus élevé à un milieu d'indice moins élevé, il est dévié et s'éloigne de la perpendiculaire à la surface qui sépare les deux milieux.

L'atmosphère n'est pas un milieu homogène. Au fur et à mesure que l'on s'élève, la pression et la température de l'air baissent. L'indice des différentes couches de l'atmosphère change et est de plus en plus faible au fur et à mesure que l'altitude augmente. Un rayon lumineux qui traverse l'atmosphère ne se propage pas en ligne droite mais suit une ligne courbe : c'est la réfraction atmosphérique qui perturbe les mesures des hauteurs.

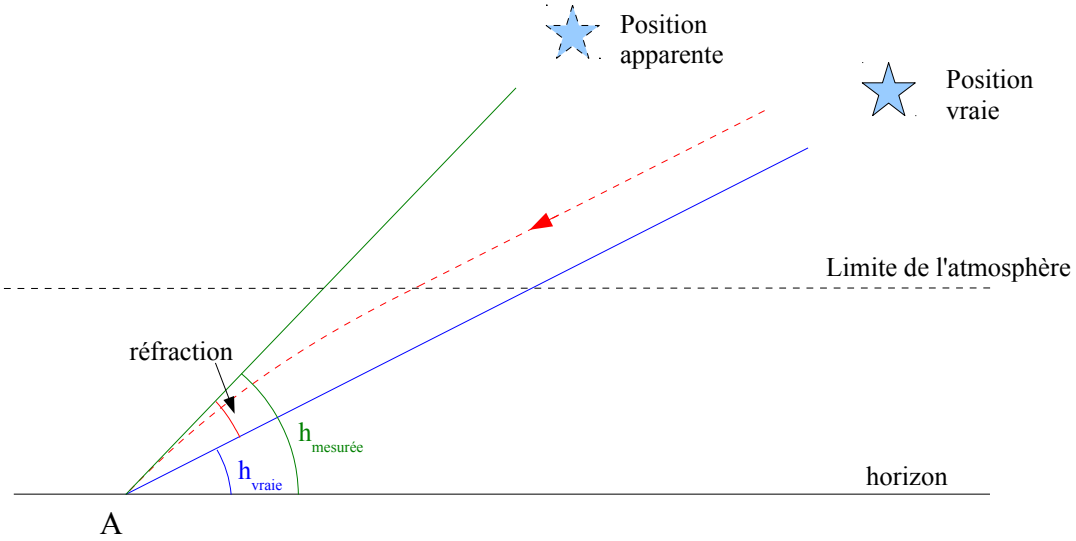


Figure : La réfraction atmosphérique dévie les rayons lumineux et fausse les mesures

La réfraction relève toujours les objets visées (ainsi lorsqu'on observe un coucher de Soleil, celui-ci est en réalité déjà couché). La hauteur vraie est donc plus petite que la hauteur mesurée :

$$h_{vrai} = h_{mesurée} - réfraction$$

L'angle de réfraction (en minute d'arc) peut être calculé par une formule simplifiée :

$$réfraction \approx 1' \times cotan(h)$$

La réfraction dépend donc de la hauteur des objets. Elle est nulle lorsque l'astre est au zénith (les rayons arrivent perpendiculairement à l'atmosphère, ils ne sont pas déviés). Elle est maximale lorsque l'astre est dans l'horizon (au moment où le Soleil se lève ou se couche). Dans le tableau ci-dessous, nous donnons quelques valeurs de la réfraction (en minutes d'arc) en fonction de la hauteur de l'astre observé (en degré).

Hauteur (°)	Réfraction (')
20	2,7
30	1,7
40	1,2
50	0,8
60	0,6
70	0,4
80	0,2
90	0,0

La réfraction est de l'ordre de la minute d'arc. Elle a donc une valeur similaire aux erreurs que nous faisons dans nos mesures : nous devons en tenir compte.

III. Durées du printemps et de l'été :

Comme nous l'avons dit, pour déterminer la durée des saisons il faut pouvoir déterminer le moment précis des solstices et des équinoxes.

1. Détermination des équinoxes de printemps et d'automne

- **Équinoxe de printemps**

Nos observations :

- On sait que l'équinoxe de printemps a lieu chaque année aux alentours du 21 mars. Une dizaine de jours avant cette date, on commence à mesurer la hauteur du Soleil lors de son passage au méridien (midi solaire). On effectue la mesure chaque fois que le temps le permet ! Par chance, le printemps 2012 a été assez beau. On poursuit jusqu'à une dizaine de jours après l'équinoxe prévu.
- La hauteur observée du Soleil est donnée par la mesure du sextant divisé par 2.
- On corrige nos mesures de la réfraction atmosphérique.
- La connaissance de la hauteur h du Soleil permet de calculer la déclinaison δ du Soleil au moment du midi solaire grâce à la formule : $\delta = h + \phi - 90$ (φ est la latitude de notre lycée). On passe des déclinaisons négatives (avant l'équinoxe) aux déclinaisons positives (après l'équinoxe).

Le tableau de mesure:

Les heures du passage au méridien sont données en temps universel (temps de la montre moins 1 h, puisque nous sommes à l'heure d'hiver).

Date		heure TU		temps	Mesures			h observée	Réfraction	h corrigée	Déclinaison
jour	jours	h	min	jours	°	'	"	°	°	°	°
4_mars	4	11	47	4,49	75	14	0	37,617	0,022	37,595	-6,22
6_mars	6	11	46	6,49	76	48	30	38,404	0,021	38,383	-5,43
12_mars	12	11	45	12,49	81	31	0	40,758	0,019	40,739	-3,08
13_mars	13	11	44	13,49	82	17	20	41,144	0,019	41,125	-2,69
20_mars	20	11	42	20,49	87	49	0	43,908	0,017	43,891	0,07
21_mars	21	11	42	21,49	88	38	20	44,319	0,017	44,302	0,48
24_mars	24	11	41	24,49	91	2	0	45,517	0,016	45,500	1,68
27_mars	27	11	40	27,49	93	20	30	46,671	0,016	46,655	2,84

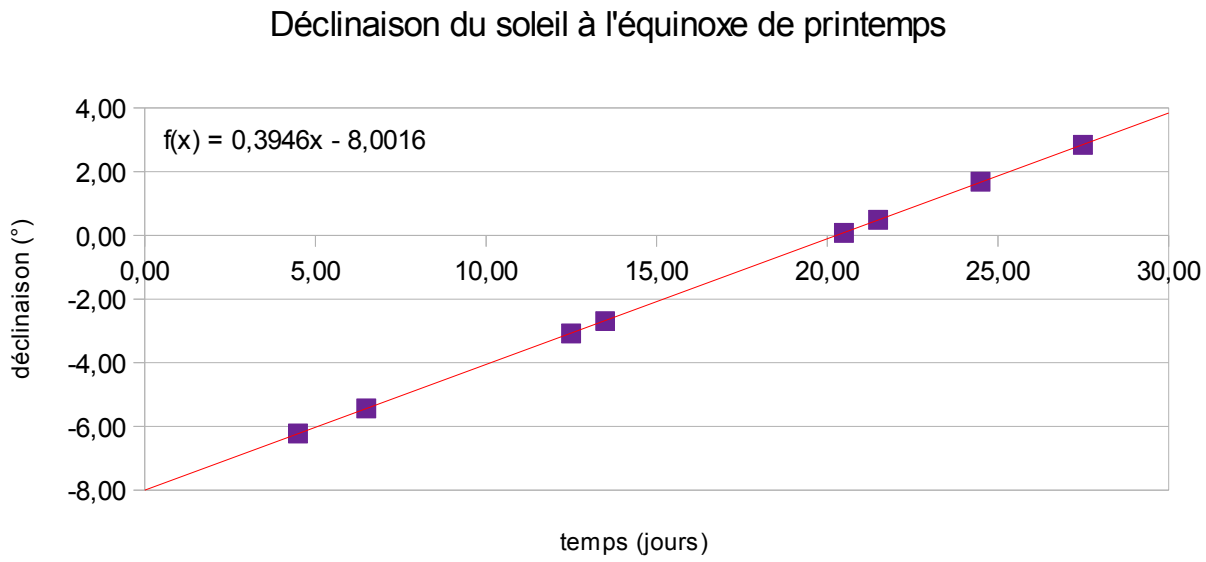
Comparaison avec les valeurs théoriques de l'IMCCE : le site internet de l'IMCCE permet de calculer les valeurs théoriques de la hauteur du Soleil. Nos mesures sont relativement bonnes (l'erreur ne dépasse pas 2,3' = 0,04°). De plus, l'erreur va toujours dans le même sens : nos mesures sont toujours un peu trop faible. A-t-on toujours fait la même erreur dans nos mesures ? Plus certainement, le sextant devait être mal étalonné.

Date	h corrigée	IMCCE		erreur
jour	°	°	'	'
4_mars	37,595	37	38	2,3
6_mars	38,383	38	25	2,0
12_mars	40,739	40	46	1,7
13_mars	41,125	41	9	1,5
20_mars	43,891	43	55	1,5
21_mars	44,302	44	19	0,9
24_mars	45,500	45	30	0,0
27_mars	46,655	46	41	1,7

Détermination de l'équinoxe :

Bien entendu, il n'y a aucune raison pour que l'équinoxe se produise exactement au midi solaire (moment de nos mesures). Il peut survenir à un autre moment de la journée ou même la nuit, lorsque aucune observation n'est possible. Pour identifier le moment précis de l'équinoxe, il faut donc interpoler entre les mesures réalisées. Nous traçons donc la courbe donnant la variation de la déclinaison en fonction du temps.

- Une des difficultés rencontrées concerne l'axe du temps. Nous décidons que le 29 février 2012 à 0h correspond à notre t = 0 jours. Ainsi le 1er mars 0h donne le temps 1,0 jours et le 4 mars 11h 47min donne le temps 4,49 (la partie entière de chaque temps correspond au numéro du jour dans le mois). Les heures et les minutes sont converties en jours.
- Nous modélisons la courbe par une droite dont l'équation est donnée par le logiciel.



La modélisation de nos mesures donne la droite d'équation : $\delta(t)=0{,}3946\,t-8{,}0016$.

L'équinoxe a lieu lorsque $\delta(t)=0$, soit $t=\frac{8{,}0016}{0{,}3946}=20{,}28\ jours$.

La date de l'équinoxe de printemps est donc le **20 mars à 6h 43min.**

Sensibilité de notre résultat :

Au début, nous n'avions pas pris en compte la réfraction atmosphérique. Celle-ci baisse la hauteur observée de une minute d'arc environ (pour des hauteurs proches de 45°). La droite modélisée avait pour équation : $\delta(t)=0{,}3944\,t-7{,}9788$, ce qui donnait pour l'équinoxe la date

du 20 mars 5h 31min.

Une erreur systématique de 1' sur les hauteurs mesurées occasionne donc une erreur de 1 h sur la détermination de l'équinoxe. Comme nous avons vu que vos mesures sont précises à environ 2', notre détermination de l'équinoxe est au mieux à 2h près.

- **Équinoxe d'automne**

Malheureusement le temps a été beaucoup moins clément que pour l'équinoxe de printemps. En particulier, les jours qui ont suivi le 21 septembre ont été mauvais, ne permettant pas d'observations. Les heures indiqués sont en temps universel (temps de la montre moins 2 h, puisque nous sommes à l'heure d'été)

Le tableau de mesure

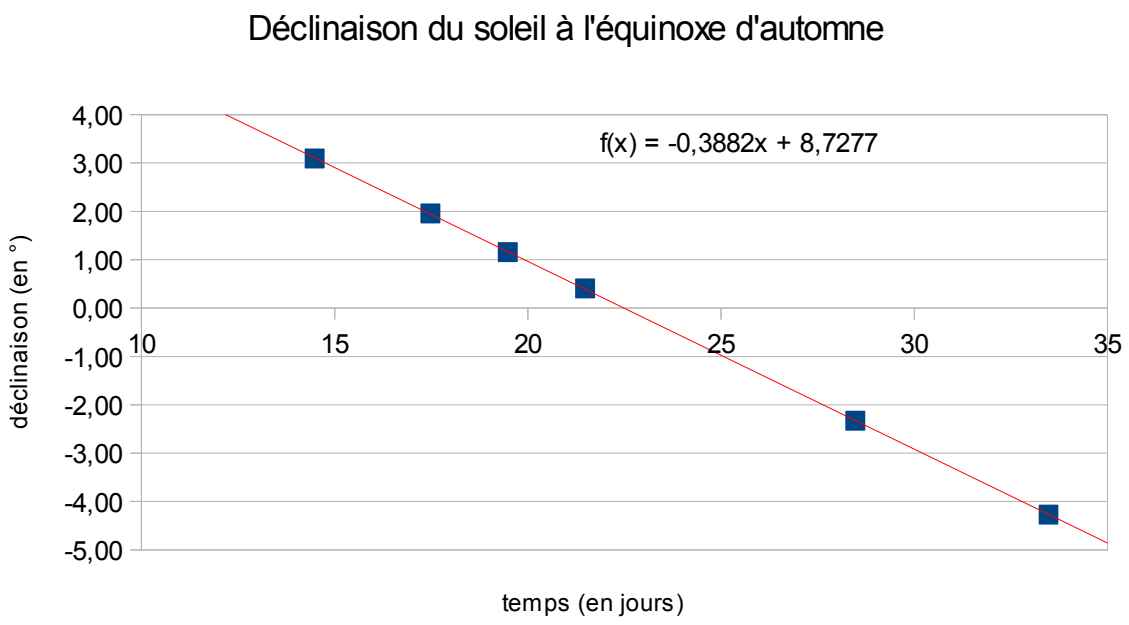
Date		heure TU		temps	Mesures			h observée	Réfraction	h corrigée	Déclinaison
jour	jours	h	min	jours	°	'	"	°	°	°	°
14_sept	14	11	30	14,48	93	51	0	46,925	0,016	46,909	3,09
17_sept	17	11	29	17,48	91	35	0	45,792	0,016	45,775	1,96
19_sept	19	11	29	19,48	89	59	0	44,992	0,017	44,975	1,16
21_sept	21	11	28	21,48	88	29	0	44,242	0,017	44,224	0,41
28_sept	28	11	26	28,48	83	1	0	41,508	0,019	41,489	-2,33
3_oct	33	11	24	33,48	79	8	0	39,567	0,020	39,546	-4,27

On passe cette fois des déclinaisons positives aux déclinaisons négatives. Lorsque l'on compare nos mesures aux valeurs théoriques de l'IMCCE, on voit que nos observations sont un peu moins bonnes (l'erreur atteint 3,5'). Mais encore une fois toutes les erreurs sont dans le même sens, ce qui laisse penser à un mauvais réglage du sextant.

Date	h corrigée	IMCCE		erreur
jour	°	°	'	'
14_sept	46,909	46	58	3,4
17_sept	45,775	45	49	2,5
19_sept	44,975	45	2	3,5
21_sept	44,224	44	16	2,5
28_sept	41,489	41	32	2,6
3_oct	39,546	39	36	3,2

Détermination de l'équinoxe

Pour l'axe des temps, nous décidons que t = 0 jours correspond au 31 août 0h.



La modélisation de nos mesures donne la droite d'équation : $\delta(t) = -0{,}3882\,t + 8{,}7277$.

L'équinoxe a lieu lorsque $\delta(t) = 0$, soit $t = \frac{8{,}7277}{0{,}3882} = 22{,}48\ jours$

La date de l'équinoxe d'automne est donc le **22 septembre à 11h 31min.**

2. Détermination du solstice d'été

Les nouveaux problèmes rencontrés :

- le Soleil est haut dans le Ciel (environ 65°) et le sextant n'a pas assez d'amplitude pour pouvoir mesurer le double de la hauteur. Au début, nous pensions que la détermination du solstice nous serait impossible. Mais la détermination du solstice peut se faire avec des mesures relatives puisque le solstice a lieu lorsque la déclinaison est maximale. On n'a donc pas besoin de connaître la valeur exacte de la déclinaison, on a juste besoin de savoir quand elle atteint sa valeur maximale.
- Nous choisissons donc un niveau de référence arbitraire, commun pour toutes les mesures (il s'agit du bord inférieur des fenêtres du bâtiment situé au sud de notre point d'observation). Nous mesurons la hauteur du Soleil relativement à ce niveau de référence pour tout le mois de juin jusqu'au 4 juillet.
- Nous ne corrigeons pas ces mesures de la réfraction car d'une part, il ne s'agit pas des vraies hauteurs et d'autre part, cette correction, même si elle n'est pas identique pour toutes les mesures (la réfraction dépend de la hauteur), ne change pas le moment du maximum.
- Nous calculons la déclinaison du Soleil avec la même formule : $\delta = h + \phi - 90$. Il ne s'agit pas des vraies déclinaisons donc le maximum n'est pas égale à l'obliquité de l'écliptique.
- Pour l'origine des temps, nous décidons que le 31 mai à 0h correspond à t = 0 jours.

Date		heure TU		temps	Mesures			« h » obs.	« Déclinaison »
jour	jours	h	min	jours	°	'	"	°	°
30_mai	-1	11	32	-0,52	60	14	0	60,233	16,416
5_juin	5	11	32	5,48	60	58	30	60,975	17,157
9_juin	9	11	31	9,48	61	20	20	61,339	17,521
14_juin	14	11	31	14,48	61	40	30	61,675	17,857
17_juin	17	11	31	17,48	61	46	0	61,767	17,949
21_juin	21	11	32	21,48	61	49	0	61,817	17,999
23_juin	23	11	32	23,48	61	47	30	61,792	17,974
27_juin	27	11	32	27,48	61	40	0	61,667	17,849
28_juin	28	11	32	28,48	61	38	0	61,633	17,816
30_juin	30	11	33	30,48	61	29	0	61,483	17,666
2_juillet	32	11	33	32,48	61	21	30	61,358	17,541
3_juillet	33	11	33	33,48	61	16	30	61,275	17,457
4_juillet	34	11	33	34,48	61	10	20	61,172	17,354

Première technique pour la détermination du solstice :

- Nous pourrions reprendre la technique déjà utilisée pour le midi solaire : trouver une date avant le solstice et une date après le solstice où les déclinaisons sont égales et considérer que le solstice est le milieu des deux dates. Mais les déclinaisons « montantes » et « descendantes » ne correspondent jamais réellement.

- Deux dates peuvent correspondre à peu près :

  14 juin 11h 31min ($t=14{,}48\,j$): $\delta=17{,}857\,°$
  27 juin 11h 32min ($t=27{,}48\,j$): $\delta=17{,}849\,°$

  Le milieu de ces deux dates est : $t=14{,}48+\frac{1}{2}(27{,}48-14{,}48)=20{,}98\,j$ soit le **20 juin 23h 31min**.

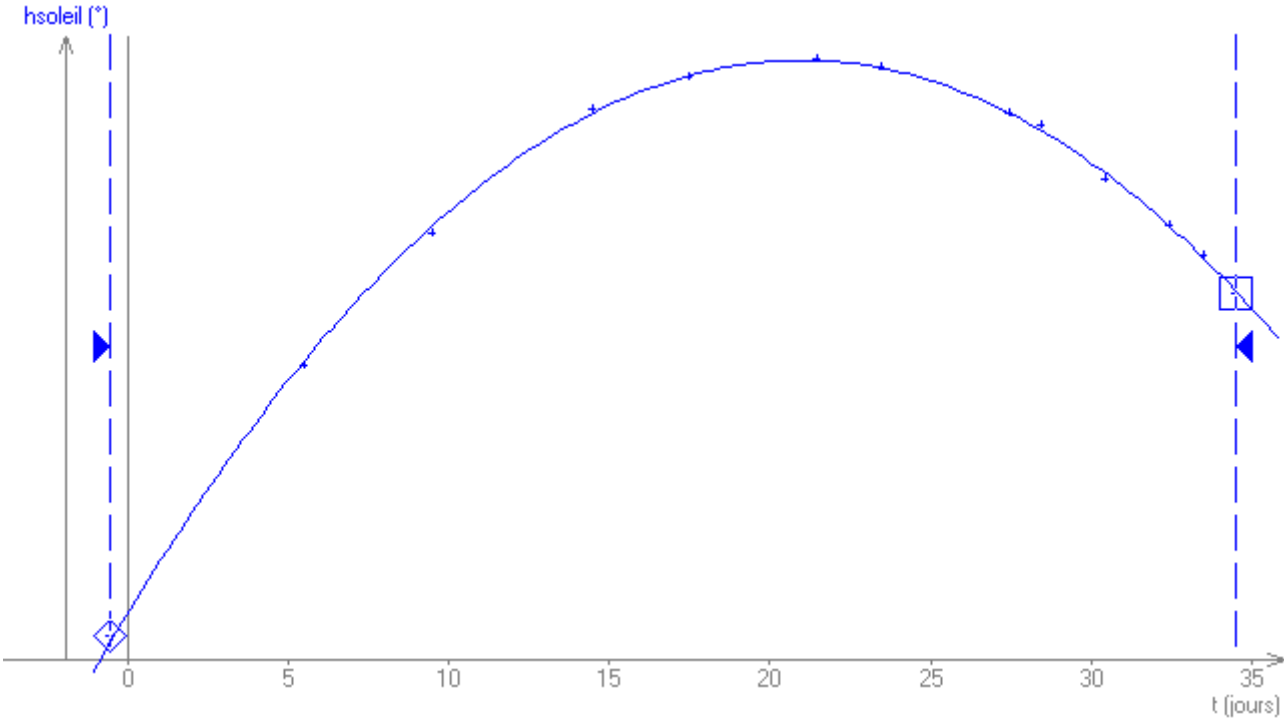
  On peut donc obtenir une première détermination du solstice avec uniquement deux mesures. Mais pour pouvoir effectuer une moyenne, il aurait fallu faire encore plus d'observation pour pouvoir disposer de davantage de couples de valeurs égales.

Deuxième technique pour la détermination du solstice :

- On reprend donc la même technique que pour l'équinoxe : on interpole entre les mesures pour, cette fois, déterminer le moment du maximum.
- Nous traçons la courbe donnant la déclinaison en fonction du temps et nous la modélisons par une parabole : $\delta(t)=a\,t^2+b\,t+c$. Le logiciel permet la détermination des constantes. Nous avons :
  $\delta(t)=-0{,}00344\,t^2+0{,}144\,t+16{,}5$ et la dérivée : $\delta'(t)=2\mathrm{a}\,t+b=-0{,}00688\,t+0{,}144$
- La courbe atteint son maximum lorsque la dérivée s'annule.

$$\delta'(t)=0 \quad \text{soit} \quad t=\frac{-b}{2\mathrm{a}}=\frac{0{,}144}{0{,}00688}=20{,}93\ jours$$

Donc le solstice d'été a lieu le **20 juin à 22h 19min**.



3. Récapitulatif des résultats :

Détermination des équinoxes et des solstices :

	Nos résultats	D'après l'IMCCE	Différence
Équinoxe de printemps	**20 mars 6h 43min**	**20 mars 5h 14min**	**1h 29min**
Solstice d'été	**20 juin 22h 19min**	**20 juin 23h 8min**	**49min**
Équinoxe d'automne	**22 sept. 11h 31min**	**22 sept. 14h 48min**	**3h 17min**

Calcul de la durée du printemps et de l'été :

- Printemps : entre le 20 mars 6h43min et le 20 juin 22h 19min, il s'écoule : **92,64** jours.
- Été : entre le 20 juin 22h 19min et le 22 sept. 11h 31min, il s'écoule : **93,55** jours

L'été est donc un petit peu plus long que le printemps. Mais surtout lorsque l'on fait la somme du printemps et de l'été, on obtient une durée de **186,2** jours. Donc l'automne et l'hiver couvrent **179,1** jours, ce qui veut dire que ces deux saisons sont bien plus courtes que le printemps ou l'été (il y a une différence de plus de 7 jours).

Ce résultat est déconcertant. Pour aller d'un équinoxe à un solstice et d'un solstice à un équinoxe, la Terre doit immanquablement tourner de 90° autour du Soleil. On pourrait donc s'attendre à ce que les 4 saisons soient égales à un quart d'année soit 91,3 jours environ. Si les quatre saisons n'ont pas des durées égales alors cela implique nécessairement que la Terre ne tourne pas avec une vitesse uniforme autour du Soleil : parfois elle se déplace plus vite (automne et hiver) et parfois plus lentement (printemps et été) par rapport à une valeur moyenne. Expliquer pourquoi les saisons ne sont pas égales demande donc d'expliquer pourquoi la Terre a une vitesse variable autour

du Soleil.

IV. Un modèle pour calculer la date du solstice d'hiver

Nous aimerions disposer d'un modèle nous permettant de calculer la date du solstice d'hiver. Il y a bien sûr le modèle des orbites elliptiques de Kepler, que nous présentons d'abord, mais les calculs sont trop complexes. Nous préférerons un modèle alternatif en nous inspirant de celui que les Grecs de l'Antiquité avaient imaginé (en supposant que c'était le Soleil qui tournait autour de la Terre) et qui a perduré jusqu'aux découvertes de Kepler.

1. Le modèle de Kepler : les orbites elliptiques

Au début du XVIIe siècle, en utilisant des observations très précises de Tycho Brahé, Kepler découvre ses fameuses lois :

- Les planètes ne décrivent pas des cercles autour du Soleil mais des ellipses : le Soleil est l'un des foyers de l'ellipse. Le Soleil n'est donc pas au centre des trajectoires mais il est légèrement excentré par rapport à celui-ci.
- Les planètes n'ont pas un mouvement uniforme mais le rayon qui joint la planète au Soleil balaie des aires égales en des durées égales : la planète se déplace donc d'autant plus rapidement qu'elle est proche du Soleil. C'est ce mouvement non uniforme qui explique pour le cas de la Terre l'inégalité des saisons.
- Si a est le demi-grand de l'orbite de la planète et T sa période de révolution autour du Soleil, le rapport a^3/T^2 est une constante pour l'ensemble des planètes du système solaire.

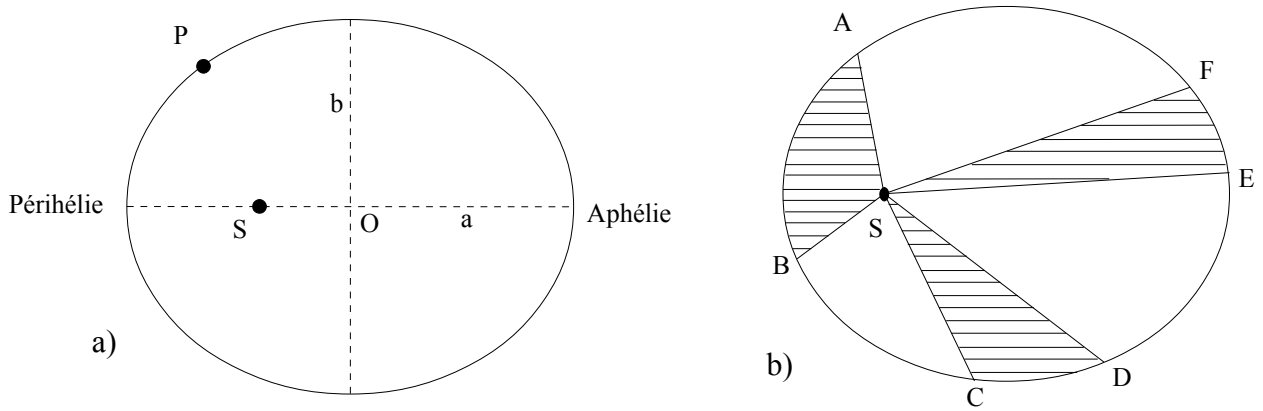


Figure : Les deux premières lois de Kepler : a) La planète P décrit une orbite elliptique, de demi-grand axe a et de demi-petit axe b. Le Soleil S occupe l'un des foyers de l'ellipse. La Terre est au périhélie lorsqu'elle est au plus proche du Soleil et à l'aphélie lorsqu'elle est au plus loin. b) La loi des aires : le rayon vecteur liant la planète au Soleil balaie des aires égales en des temps égaux.

2. Un autre modèle : le cercle excentrique

a) Présentation du modèle

La première idée est de supposer que la Terre tourne uniformément sur un cercle et que le Soleil coïncide avec le centre de celui-ci. Dans ce cas, toutes les saisons ont la même durée, qui

correspond à un quart d'année. Ce modèle ne peut donc pas correspondre aux observations.

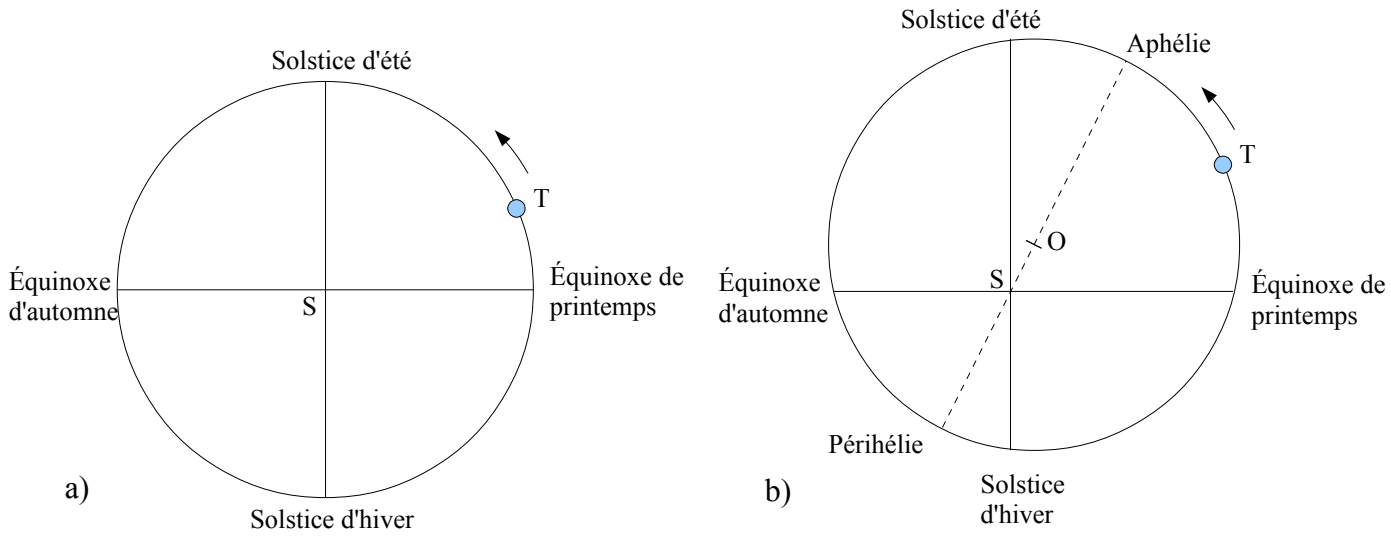


Figure : a) Première idée : la Terre décrit uniformément un cercle autour du Soleil.
b) Deuxième idée : La Terre décrit uniformément un cercle mais le Soleil est décalé par rapport au centre du cercle. Les arcs qui représentent les différentes saisons ne sont pas égaux, ce qui explique l'inégalité des saisons.

Puisque le modèle précédent ne peut pas fonctionner, il faut le faire évoluer. Les Grecs de l'Antiquité (Hipparque en particulier, au IIe siècle av. J.-C.) ont une idée ingénieuse, que nous reprenons (en supposant bien sûr que c'est la Terre qui est en mouvement et non le Soleil). La Terre continue d'avoir un mouvement uniforme sur un cercle mais le Soleil n'occupe plus le centre du cercle, il est excentré par rapport à celui-ci.

Le mouvement de la Terre est uniforme par rapport au centre du cercle mais il n'est plus uniforme par rapport au Soleil. C'est-à-dire qu'en des temps égaux, la Terre trace des arcs égaux sur son orbite circulaire mais vu depuis le Soleil, ces arcs égaux correspondent à des déplacements angulaires inégaux. Par rapport au Soleil, le déplacement de la Terre est donc tantôt plus rapide, tantôt plus lent qu'une vitesse moyenne. C'est ce qui va pourvoir expliquer la différence des saisons.

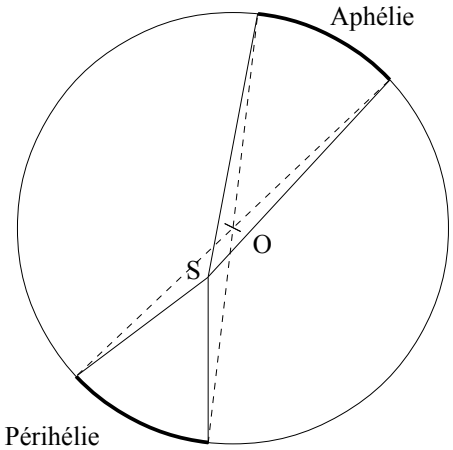


Figure : Vu depuis O, la Terre parcourt des arcs égaux en des temps égaux (arcs noirs). Mais vu depuis le Soleil, ces arcs ne correspondent pas à des angles égaux : la Terre semble se déplacer plus vite lorsqu'elle est proche du périhélie et plus lentement lorsqu'elle est proche de l'aphélie.

b) Comment trouver la position du Soleil à l'intérieur de cercle ? Une méthode graphique.

Pour construire le modèle, il faut pouvoir placer le Soleil à l'intérieur de l'orbite circulaire de la Terre et ce uniquement à partir de trois données :

- la durée du printemps est de 92,64 j.
- La durée de l'été est de 93,55 j.
- La durée de l'année (durée entre deux équinoxes de printemps successifs) est de 365,25 J.

- *Première étape :* placer l'équinoxe de printemps, le solstice d'été et l'équinoxe d'automne sur le cercle.

- On place l'équinoxe de printemps à un endroit arbitraire du cercle : ce sera notre point de référence.
- Comme la Terre se déplace à une vitesse uniforme par rapport au centre du cercle et qu'elle effectue 360° en 365,25 jours, on peut convertir la durée des saisons en degrés "vu depuis le centre du cercle" :

  * Le printemps dure 92,64 j, ce qui fait un angle de $\frac{92{,}64\times 360}{365{,}25}=91{,}3\,°$. Cet angle est mesuré depuis O. On peut donc placer le solstice d'été à partir de l'équinoxe de printemps.

  * L'été dure 93,55 j, ce qui fait un angle de 92,2°. On peut donc placer l'équinoxe d'automne à partir du solstice d'été.

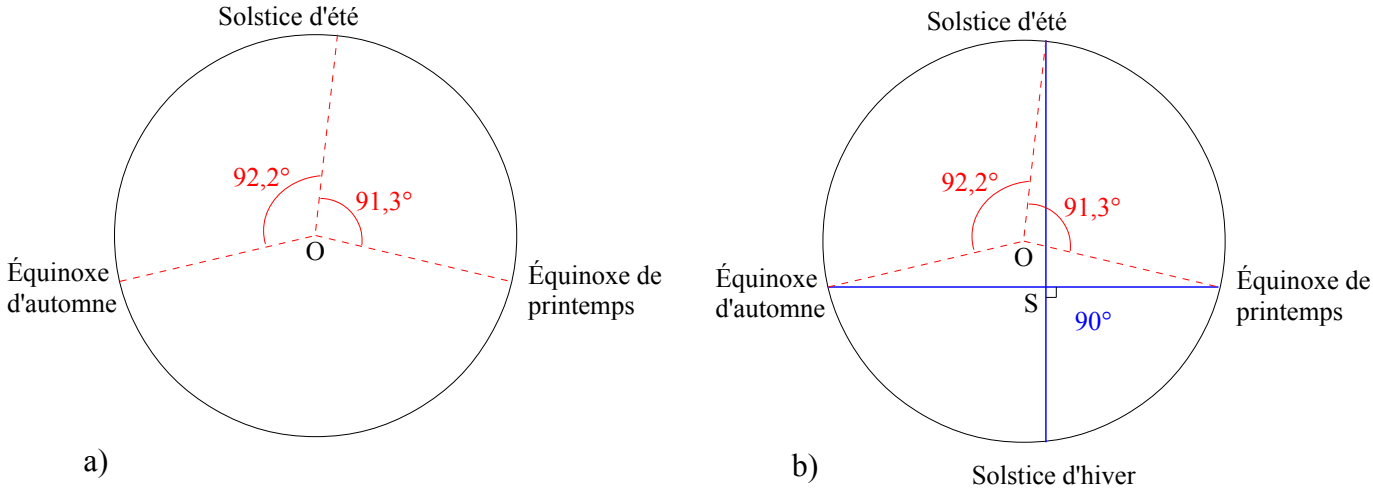


Figure : a) Première étape : la Terre tourne uniformément autour de O et donc la connaissance de la durée des saisons permet donc de connaître les angles décrits par la Terre sur son orbite (les angles ne sont pas respectée).
b) Deuxième étape : D'un équinoxe à un solstice et d'un solstice à un équinoxe, le Soleil tourne de 90°, ce qui permet de trouver sa position à l'intérieur du cercle.

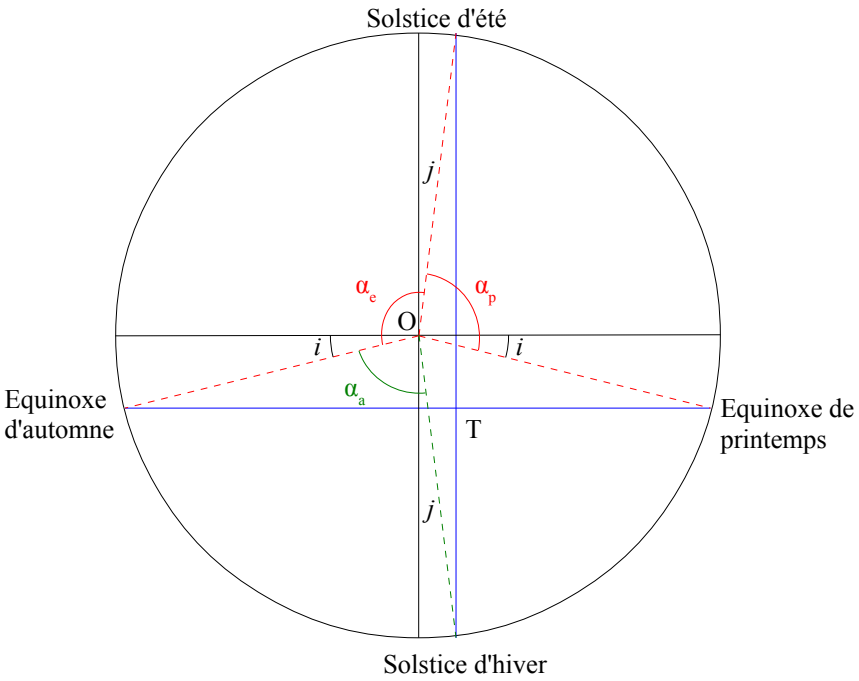
- *Deuxième étape :* Connaissant la position du solstice d'été et des deux équinoxes, il faut trouver la position du Soleil. Pour cela, on utilise la règle suivante : pour passer d'un solstice à un équinoxe, la Terre tourne de 90° par rapport au Soleil (vu depuis le Soleil, entre un

solstice et un équinoxe, la Terre a tourné de 90°.

- Entre les 2 équinoxes, la Terre aura donc tourné de 180° par rapport au Soleil. Le Soleil se trouve donc forcément sur la droite rejoignant les 2 équinoxes.
- On trace alors la perpendiculaire à cette droite passant par le solstice d'été : l'intersection donne la position du Soleil et le prolongement de la perpendiculaire donne la position du solstice d'hiver.

c) Calculer la date du solstice d'hiver

On peut réaliser la figure précédente sur une grande feuille et mesurer l'angle (depuis le centre O du cercle) entre l'équinoxe d'automne et le solstice d'hiver. Mais la construction graphique ne permet pas une grande précision. Il faut passer par un calcul, en s'aidant de la figure suivante.



Les angles α_p et α_e sont connus. Ils valent : $\alpha_p = 91{,}3°$ et $\alpha_e = 92{,}2°$. On cherche α_a.

Autour du point O : $i + 180° + i = \alpha_p + \alpha_e$ donc $i = \frac{\alpha_p + \alpha_e}{2} - 90° = 1{,}75°$.

Toujours autour de O : $\alpha_p - i + j = 90°$ donc $j = 90 + i - \alpha_p = 0{,}45°$.

On a également : $i + \alpha_a - j = 90°$ donc $\alpha_a = 90 + j - i = 88{,}7°$.

On peut en déduire la durée de l'automne : un angle de 88,7° correspond à une durée de $\frac{88{,}7 \times 365{,}25}{360} = 90{,}0\ j$.

Puisque l'équinoxe d'automne a lieu le 22 sept. 11h 31min et que l'automne dure 90,0 j, le solstice d'hiver survient le 21 décembre 11h 31 min. D'après l'IMCCE, la date est le 21 décembre 11h 11min.

Le modèle permet donc de trouver la date du solstice d'hiver d'une manière satisfaisante. Il donne une bonne première approximation du mouvement de la Terre autour du Soleil.

CONCLUSION :

Déterminer la durée des saisons et comprendre pourquoi les quatre saisons n'ont pas la même durée n'est pas une mince affaire ! Il nous a d'abord fallu définir le bon critère pour délimiter les saisons : il s'agit de la déclinaison du Soleil, angle entre la direction du Soleil et le plan de l'équateur. Ensuite trouver un moyen de mesurer cette déclinaison du Soleil. Cela a été possible uniquement à midi, lorsque le Soleil est au plus haut dans le Ciel, grâce à l'utilisation d'un sextant. Nous avons dû apprendre à nous en servir, trouver comment réaliser des mesures sur terre (et non en mer), nous perfectionner pour faire des mesures les plus précises possibles. Et surtout observer la hauteur du Soleil tout au long de l'année, autour des équinoxes et des solstices, sans perde patience parce qu'un nuage rendait une observation impossible ! Mais les équinoxe ou les solstice n'ont aucune raison de survenir exactement à midi (au moment de nos mesures), il a donc fallu interpoler entre nos mesures. L'opération était facile aux équinoxes car la déclinaison varie linéairement mais plus délicate au moment du solstice d'été, où la déclinaison atteint un maximum et ne varie pas beaucoup d'un jour sur l'autre. La récompense a été de voir que nos mesures permettaient de trouver des durées du printemps et de l'été relativement bonnes !

Ensuite nous avons voulu trouver le moment du solstice d'hiver par un calcul. Malheureusement, le modèle elliptique de Kepler est compliqué et les calculs difficiles. Alors nous nous sommes inspirés de savants ayant vécus plus de deux milles ans avant nous. En supposant que la Terre tourne uniformément sur un cercle et que le Soleil est légèrement décalé par rapport au centre du cercle, nous avons pu construire un premier modèle expliquant l'inégalité des saisons et permettant de calculer la date du solstice d'hiver, avec un accord toujours aussi satisfaisant.