

# Annexes

Wim Poignon

Agnès Totschnig

## Annexe A : Calcul de la concentration massique

Nous avons choisi de mélanger 1,3 kg de maïzena avec 1 litre d'eau. Nous voudrions calculer la concentration massique de maïzena d'un tel mélange.

Pour cela, nous avons commencé par mesurer la masse volumique de ce mélange. Pour un volume  $V = 100$  mL, nous avons trouvé une masse  $m = 119,5$  g, ce qui nous donne :

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{119,5}{100} = 1,195 \text{ kg} \cdot \text{L}^{-1} = 1,195 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Nous en déduisons la concentration massique de maïzena de notre mélange :

$$c = \frac{m_{\text{maïz}}}{V} = \frac{m_{\text{maïz}}}{\frac{m_{\text{maïz}} + m_{\text{eau}}}{\rho}} = \frac{\rho}{1 + \frac{m_{\text{eau}}}{m_{\text{maïz}}}} = \frac{1,195 \cdot 10^3}{1 + \frac{1}{1,30}} \approx 675 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

## Annexe B : Démonstration de l'existence d'une vitesse limite

Nous avons vu, qu'au cours de sa chute dans le fluide, la bille est soumise à trois forces verticales, à savoir son propre poids  $\vec{F}_p$ , la poussée d'Archimède  $\vec{F}_A$  et la force de frottements  $\vec{F}_f$  donnée par la loi de Stokes. Nous allons montrer que la bille atteint alors une vitesse limite finie.

D'après la 2<sup>e</sup> loi de Newton, nous avons :

$$\begin{aligned} \vec{F}_p + \vec{F}_A + \vec{F}_f &= m\vec{a} \Leftrightarrow \rho_{\text{bille}}V\vec{g} - \rho_{\text{fluide}}V\vec{g} - 6\pi\eta R\vec{v} = \rho_{\text{bille}}V\vec{a} \\ \Leftrightarrow \vec{a} &= \frac{\rho_{\text{bille}} - \rho_{\text{fluide}}}{\rho_{\text{bille}}}\vec{g} - \frac{6\pi\eta R}{\rho_{\text{bille}}V}\vec{v} \end{aligned}$$

Or  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ , ainsi nous obtenons l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\rho_{\text{bille}} - \rho_{\text{fluide}}}{\rho_{\text{bille}}}\vec{g} - \frac{6\pi\eta R}{\rho_{\text{bille}}V}\vec{v}$$

Un programme de calcul formel nous donne la solution suivante :

$$\vec{v}(t) = \frac{\rho_{\text{fluide}} - \rho_{\text{bille}}}{6\pi\eta R}V\vec{g} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{6\pi\eta R}{\rho_{\text{bille}}V}t\right) \right]$$

Nous en concluons que la vitesse tend vers une quantité finie :

$$\vec{v}(t) \xrightarrow[t \rightarrow +\infty]{} \frac{\rho_{\text{fluide}} - \rho_{\text{bille}}}{6\pi\eta R}V\vec{g}$$

## Annexe C : Influence de l'épaisseur de fluide sur la hauteur du rebond

Nous avons mesuré la hauteur du rebond d'une bille sur le mélange eau-maïzena pour différentes hauteurs de chute, ainsi que pour différentes épaisseur de maïzena dans le contenant rectangulaire, en voici les résultats numériques :

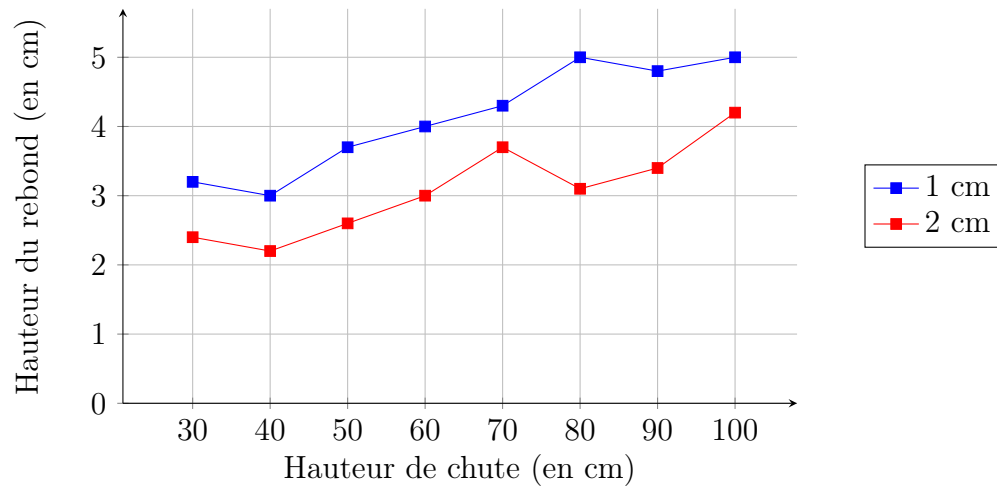


FIGURE 1 – Hauteur du rebond pour différentes épaisseur de fluide