

REMERCIEMENTS

Nous tenons à remercier nos professeurs de Première : notre professeur de mathématiques, Monsieur Cucheval ainsi que notre professeur de physique-chimie, Monsieur Basuyaux pour leur aide précieuse et leurs conseils avisés.

Nous remercions également nos professeurs de Terminale, Monsieur Kostrzewa, professeur de mathématiques, et Monsieur Sarrazin, professeur de physique-chimie, qui nous ont encadrés dans nos recherches et notre travail ainsi que les aides de laboratoire de physique-chimie qui nous ont fortement assistés pour nos expériences : Monsieur Gemmati, Mme Robitaille, Mme Vermeensch et Mme Hancelin.

Nous tenons à préciser que nous sommes reconnaissants à Monsieur Basuyaux d'avoir continué à nous apporter son appui durant l'année de Terminale.

Enfin, nous remercions Monsieur Desrousseau pour son aimable participation lors de nos TPE sur les lentilles gravitationnelles, Monsieur Sauvage pour sa contribution sur les expériences de simulation d'un mirage gravitationnel, Monsieur Perraudin pour son aide au niveau du matériel informatique, ainsi que Monsieur Parbelle, le rapporteur académique de notre mémoire, pour ses conseils tant sur la forme que sur le fond.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION	3
<i>I. MIRAGES ATMOSPHERIQUES</i>	4
A. Principes du phénomène	4
B. Mirages inférieurs	11
C. Mirages supérieurs	13
D. Mirages complexes	16
<i>II. MIRAGES GRAVITATIONNELS</i>	18
A. Existence des mirages gravitationnels expliquée par la théorie d'Einstein	18
B. Description du phénomène de mirage gravitationnel	20
C. Intérêts des mirages gravitationnels	23
D. La géodésique	25
<i>III. COMPARAISON</i>	27
A. Comparaison théorique	27
B. Comparaison pratique	28
CONCLUSION	32
LEXIQUE	33
BIBLIOGRAPHIE	36
ANNEXES	37

INTRODUCTION

Lorsqu'on évoque le mot « mirage », nous avons la plupart du temps à l'esprit l'image d'un homme assoiffé au milieu du désert qui croit apercevoir une étendue d'eau là où il n'y a que du sable. Ce phénomène est l'un des mirages atmosphériques les plus couramment constatés.



Dupond et Dupont trompés par un mirage chaud (ou inférieur) dans "Tintin au pays de l'or noir"

Les astronomes observent également grâce aux télescopes des phénomènes appelés "mirages gravitationnels" en raison de leur capacité à fausser la position apparente d'objets, tout comme les mirages atmosphériques.

Notre travail sur le thème de l'image traite de ces phénomènes optiques. Nous étudions les mirages atmosphériques et gravitationnels et tentons par cette démarche de vérifier **si l'emploi de l'expression «mirages gravitationnels» se justifie par rapport aux mirages atmosphériques.**

Nous allons nous intéresser dans un premier temps aux mirages atmosphériques puis dans un second temps aux mirages gravitationnels.

Nous pourrons alors en faire une comparaison théorique et pratique afin de répondre à notre problématique et de mettre en relief l'analogie que nous faisons.

I. MIRAGES ATMOSPHERIQUES

A. Principes du phénomène

Les mirages sont dus à la déviation de rayons lumineux dans l'atmosphère. En effet, dans un milieu homogène et **isotrope**^{*1}, ceux-ci se propagent de façon rectiligne. Ce principe de propagation rectiligne de la lumière, loi fondamentale de l'optique géométrique, n'est donc valable que dans un milieu homogène dans lequel l'indice de réfraction est le même partout.

Or la célérité de la lumière dans l'air est plus élevée quand celui-ci est moins dense car, quand la densité de l'air diminue cela signifie en fait que les molécules d'air sont de plus en plus espacées. Par conséquent, la vitesse de la lumière tend vers la célérité dans le vide. Il n'a pas été démontré de vitesse de la lumière plus grande que celle constatée dans le vide, donc quand la densité diminue, la vitesse de la lumière augmente. La vitesse de la lumière est ainsi plus grande quand la température de l'air est plus élevée. En effet nous pouvons l'expliquer avec l'équation d'état des gaz parfaits :

$P.V = n.R.T$ (P la pression en pascal (Pa), V le volume (en m³), n la quantité de matière (en mol) T la température (absolue) en kelvin (K) et R la constante des gaz parfaits ($R = 8,314 \text{ Pa.m}^3 \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$) :

La quantité de matière n (en mol) d'un gaz est égale au quotient de sa masse m (en g) sur sa masse molaire (en g.mol⁻¹),

$$\text{soit } n = m/M$$

et sa masse volumique ρ est numériquement égale à la masse (en kg) de l'unité de volume (en m³) du gaz dans des conditions données de température et de pression,

$$\text{soit } \rho = m/V$$

Nous avons ainsi une pression :

$$P = \frac{nRT}{V} = \frac{m}{M} \frac{RT}{V} = \frac{mRT}{VM} = \frac{m}{V} \frac{RT}{M} = \rho \frac{RT}{M}$$

Or la densité d'un gaz est $d = \frac{m}{m_0} = \frac{\rho}{\rho_0}$, où ρ_0 est la masse volumique du gaz de référence.

$$\text{Donc } \boxed{d = \frac{PM}{RT\rho_0}}$$

¹Les astérisques renvoient au lexique, page 32

Nous avons ainsi montré que pour P constante, quand la température augmente, la densité diminue, ces deux grandeurs étant inversement proportionnelles.

Les mirages sont dus à un **gradient*** de l'indice optique (le mirage renvoie en fait à une variation continue de l'indice optique, due à un gradient de température dans les couches d'air de l'atmosphère). Les rayons ne suivent alors plus leur trajectoire de base (rectiligne) mais une courbe : c'est la réfraction atmosphérique.

Un milieu optique est en réalité caractérisé par un indice, dit indice de **réfraction***. Cet indice dépend de la densité de l'air donc de la température.

Selon le principe de Fermat, formulé dès le XVII^e siècle, " le chemin effectivement parcouru par la lumière entre deux points est tel que le temps de parcours est stationnaire (maximal ou minimal dans la plupart des cas) par rapport aux trajets voisins ". De ce principe découlent les lois de Descartes - Snell sur la réfraction et la réflexion.

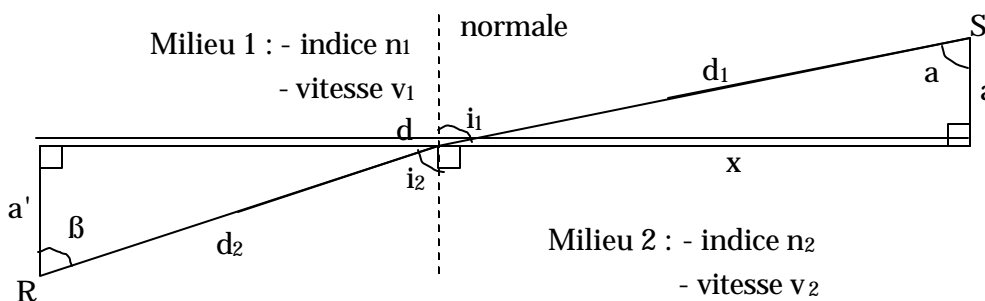
Les lois de Descartes sont en effet une formulation équivalente au principe de Fermat, dans le sens où on peut les établir à partir du principe de Fermat (et vice-versa).

Démonstration de la deuxième loi de Descartes pour la réfraction grâce au principe de Fermat

Principe de Fermat : parmi toutes les trajectoires possibles, celle effectivement suivie par un rayon lumineux correspond à un chemin optique extrémal.

Le trajet suivi par la lumière sera donc ici le plus court en temps.

Deuxième loi de Descartes pour la réfraction : $n_1 \cdot \sin i_1 = n_2 \cdot \sin i_2$



D'après le théorème de Pythagore :

$$d_1^2 = a^2 + x^2$$

$$d_2^2 = a'^2 + (d-x)^2$$

$$v \frac{d}{t} \quad t \frac{d_1}{v_1} \quad \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{v_1}$$

$$t' \frac{d_2}{v_2} \quad \frac{\sqrt{(d+x)^2 + a^2}}{v_2}$$

$$t + t' \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{v_1} \quad \frac{\sqrt{(d+x)^2 + a^2}}{v_2} \quad \frac{v_2 \sqrt{a^2 + x^2} + v_1 \sqrt{(d+x)^2 + a^2}}{v_1 v_2}$$

$t + t'$ doit être minimal. On étudie donc $(t+t)'$, la dérivée de $t+t'$ par rapport à x

$$(t+t)'' \frac{1}{v_1 v_2} \left(v_2 \frac{2x}{2d_1} + v_1 \frac{2x+2d}{2d_2} \right) \frac{1}{v_1 v_2} \left(\frac{xv_2}{d_1} + \frac{v_1(x+d)}{d_2} \right) \frac{x}{v_1 d_1} + \frac{d+x}{v_2 d_2}$$

$\frac{x}{d_1} \sin \theta$ et $\frac{d+x}{d_2} \sin \theta$. De plus, θ et i_1 et θ et i_2 sont des angles alternes-internes,

donc $\frac{x}{d_1} \sin i_1$ et $\frac{d+x}{d_2} \sin i_2$

$$(t+t)'' \frac{\sin i_1}{v_1} - \frac{\sin i_2}{v_2}$$

$(t+t)$ est extrémal quand $(t+t)'' = 0$

$$(t+t)'' = 0 \quad \frac{\sin i_1}{v_1} - \frac{\sin i_2}{v_2} = 0 \quad \frac{\sin i_1}{v_1} = \frac{\sin i_2}{v_2}$$

En multipliant par c , la célérité de la lumière dans le vide, on a :

$$\frac{c \sin i_1}{v_1} = \frac{c \sin i_2}{v_2} \quad n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

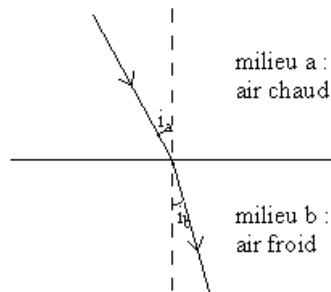
On obtient donc la deuxième loi de Descartes pour la réfraction.

Lorsque la lumière rencontre la frontière entre deux milieux homogènes et isotropes, elle est réfléchi et quelquefois réfractée (la surface qui matérialise alors cette frontière a par convention des irrégularités aux dimensions très inférieures à la longueur d'onde de la lumière).

Lorsque ces conditions sont réunies, selon les lois de Descartes :

- ☞ le rayon réfléchi et le rayon réfracté sont dans le plan défini par le rayon incident et la normale à la surface,
- ☞ l'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence,
- ☞ la relation entre l'angle de réfraction et l'angle d'incidence est :
 $n_a \sin i_a = n_b \sin i_b$

En ce qui concerne les mirages, l'intérêt des lois de Descartes réside exclusivement dans la réfraction.

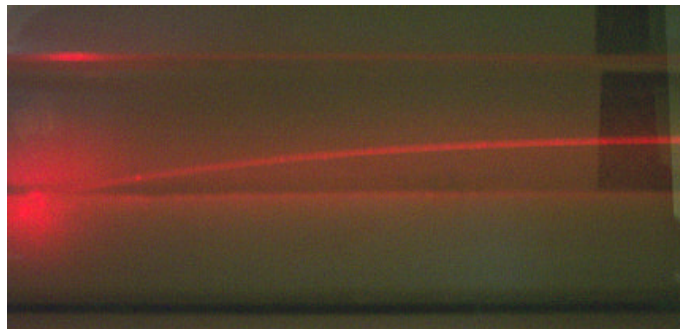


Récapitulons : soit c_a la célérité de la lumière dans le milieu a et c_b celle dans le milieu b. Si l'air du milieu a est plus chaud que celui du milieu b, alors $c_a > c_b$.

D'où $n_{ab} = c_a/c_b > 1$. Donc, bien que tous deux composés d'air, les milieux a et b n'ont pas le même indice de réfraction ($n_b > n_a$) et le milieu b est plus réfringent que le milieu a. En passant de a à b, un rayon lumineux sera de ce fait dévié vers la normale (*figure ci-dessus*).

Pour illustrer le phénomène de réfraction, il existe une expérience simple que la plupart des lycéens ont au moins vu mener une fois : avec un aquarium rempli d'eau et de sel (créant une différence d'indice entre le haut et le bas de l'aquarium car le sel se déposant au fond de l'aquarium rend l'indice plus élevé) on peut montrer la courbure d'un rayon vers les indices plus élevés. En l'occurrence ici, la courbure se fait vers le bas.

Nous avons effectué cette expérience en laissant reposer une importante quantité de sel dans un aquarium rempli d'eau douce pendant une journée.



Sur toutes les photographies de notre expérience, le laser se situe à droite de l'image.

Celle-ci a été concluante mais nous ne pouvions réitérer cette expérience en un temps plus court alors que nous devons pouvoir la présenter dans un temps limité. Nous avons donc tenté d'imaginer un système plus rapide afin de montrer les mêmes effets. Ne pouvant recréer le gradient d'indice continu pour des raisons pratiques, nous avons élaboré un système afin d'obtenir un gradient d'indice discontinu se rapprochant de l'effet souhaité.

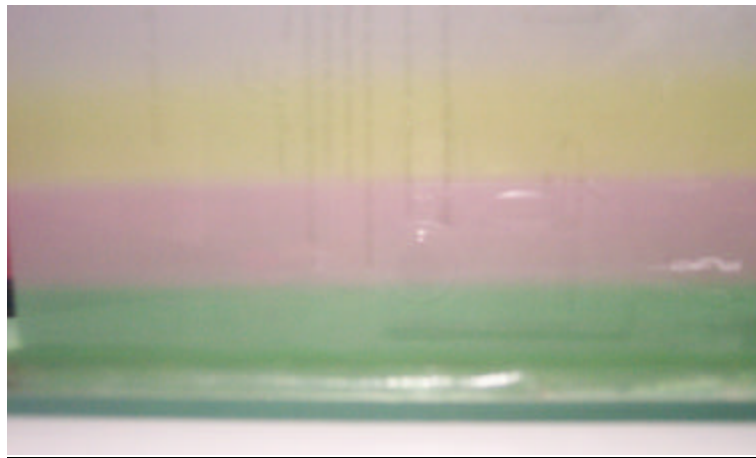
Protocole Expérimental

Pour voir la déviation du rayon laser, il est indispensable de faire l'expérience dans une salle obscure, à l'abri de toute source de lumière.

MATÉRIEL :

- ✍ plusieurs bouteilles de solutions aqueuses de NaCl de concentrations et de couleurs différentes :
 - 1 bouteille de concentration saturée (vert)
 - 1 bouteille de concentration 150 g.L^{-1} (rouge)
 - 1 bouteille de concentration 50 g.L^{-1} (jaune)
- ✍ de l'eau du robinet ($[\text{NaCl}] \sim 0$),
- ✍ 3 perfuseurs avec régulateurs de débits ainsi que leurs poches,
- ✍ 1 laser 2 mW,
- ✍ 4 supports (potences) avec pinces (attaches),
- ✍ des petits poids de l'ordre de 20 g (afin de maintenir le tuyau du perfuseur sous l'eau),
- ✍ un aquarium (44 cm x 35 cm x 25 cm),

Réalisation :



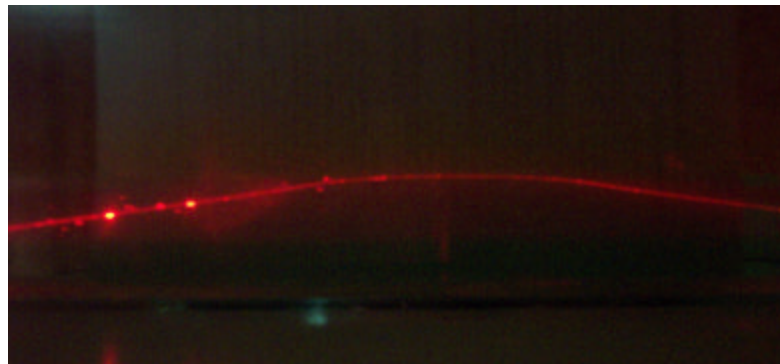
MODE OPÉRATOIRE :

- ✍ remplir l'aquarium d'eau douce,
- ✍ remplir les poches de solution de NaCl,
- ✍ à l'aide des poids, mettre à différents niveaux les perfuseurs tels que la solution de NaCl la plus dense (la saturée) se retrouvera au fond de l'aquarium, la solution de densité moyenne juste au-dessus puis la solution la moins dense pratiquement à la surface, afin d'obtenir des couches successives de solutions de NaCl de concentration et donc de densité décroissante, du bas vers le haut.

- ✍ Verser les solutions : il faut verser une par une les solutions, goutte à goutte, dans l'ordre décroissant de densité du bas vers le haut.
- ✍ Une fois ce travail effectué, allumer le laser, l'orienter afin de constater la déviation du rayon laser.

RÉSULTATS :

On constate plusieurs déviations du rayon laser. Il est dévié progressivement vers le bas de manière irrégulière. Il n'est pas courbé du fait du gradient d'indice discontinu. Mais notons que le gradient d'indice continu est une somme de gradients discontinus.



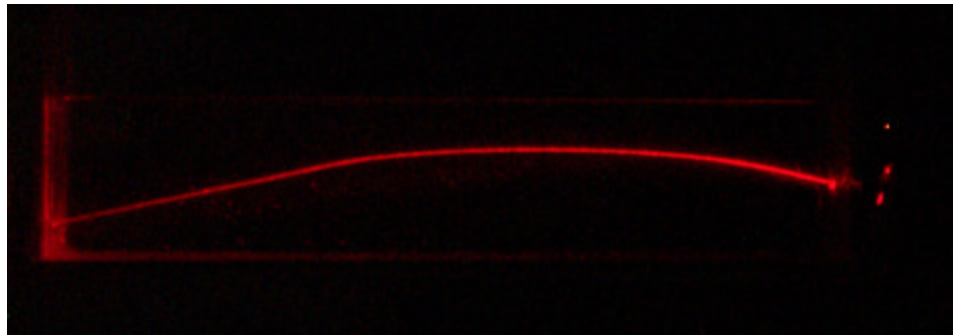
Ensuite, lors de la présélection académique des Olympiades de Physique, il nous a été suggéré de remplacer le sel par du sucre, car la diffusion se fait beaucoup plus rapidement, et nous n'aurions besoin que d'une solution saturée de sucre.

Pour réaliser cette expérience, nous versons 350 g de sucre et un peu de colorant dans un bêcher d'un litre d'eau tiède (pour que la diffusion soit plus rapide). Nous homogénéisons ensuite la solution grâce à un agitateur magnétique. Puis nous la versons au fond de l'aquarium. Pour ajouter de l'eau du robinet tiède par-dessus, nous avons décidé de changer de système : en effet nous avons estimé que l'utilisation de burettes était plus pratique que celle des perfuseurs.

Après quelques minutes, nous observons déjà que la diffusion se fait sur une petite zone entre les deux solutions :



La déviation du rayon laser est analogue à celle obtenue en utilisant du sel :



Nous avons donc mis au point une méthode simple pour reproduire le trajet d'un rayon lumineux lors d'un mirage inférieur.

Cependant, notre système se base sur un gradient d'indice dû à des variations de concentration et non de chaleur comme dans le cas des mirages atmosphériques. Nous avons donc tenté de dévier un rayon laser par la chaleur. Nous avons d'abord tenté d'utiliser une plaque chauffante pour simuler un mirage inférieur. Mais cette plaque seule ne s'est pas avérée suffisamment grande pour pouvoir observer une déviation significative sur l'écran que nous avons placé afin d'observer la position du rayon. Nous en avons donc aligné cinq : l'expérience a réussi ce qui nous a permis de calculer l'angle de déviation du rayon laser. En effet le point lumineux est décalé de 1,55 cm sur l'écran placé à 285,5 cm du laser, soit un angle de $5,43 \cdot 10^{-3} \text{ rad} \sim 0,31^\circ$. Ainsi nous avons pu simuler un mirage inférieur à l'intérieur d'une pièce.

B. Mirages inférieurs



Mirage inférieur dans le désert du Namib, en Afrique australe (d'après *Physique -chimie 2^{de} de A. Tomasino etc. chez Nathan (1997)*)

1. Description

Le plus commun de tous les mirages est le mirage inférieur: celui-ci a lieu localement lorsque l'air qui affleure le niveau du sol est réchauffé par celui-ci (lors de fortes températures, le Soleil réchauffe le sol) et qu'il est plus chaud que la couche d'air située au-dessus. Ce phénomène est remarquable notamment dans les déserts ou sur les routes goudronnées en périodes de forte chaleur.

Cela crée un gradient de température dirigé vers le haut, soit un gradient d'indice optique dirigé vers le bas : plus l'indice optique est faible par rapport à l'indice initial, plus il s'éloigne de la normale. L'indice de réfraction diminue près du sol, ce qui dévie par réfraction le faisceau lumineux incident vers l'horizontale. Or, il existe un angle d'incidence maximal pour la réfraction et au-delà de cet angle i_{\max} la lumière subit une réflexion totale sous le même angle i_{\max} .

Le rayon lumineux rasant arrive d'un milieu d'indice n_1 à un milieu plus chaud d'indice $n_2 < n_1$. D'après la deuxième loi de Descartes – Snell,

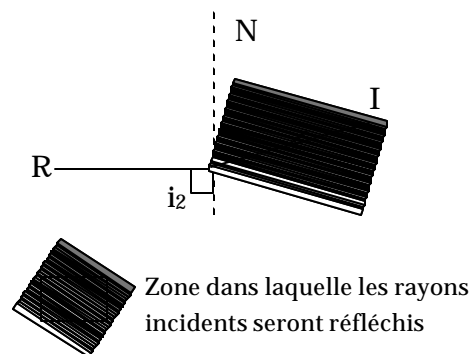
$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \text{ pour la réfraction.}$$

Mais on a nécessairement $i_2 < i_1$

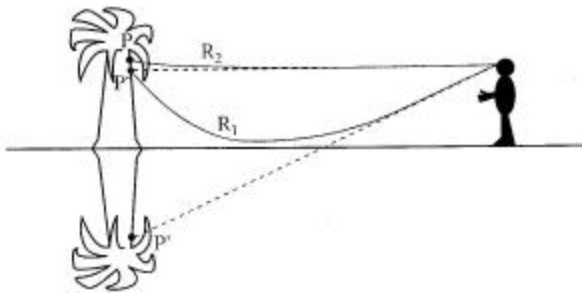
$$? \sin i_2 < 1. \text{ Donc } n_1 \sin i_{\max} = n_2 \times 1$$

$$? \sin i_{\max} = n_2/n_1 < 1$$

$$? i_{\max} = \sin^{-1}(n_2/n_1)$$



Ceci explique que l'objet «mirage» est perçu comme le reflet de l'objet réel, en dessous de celui-ci.

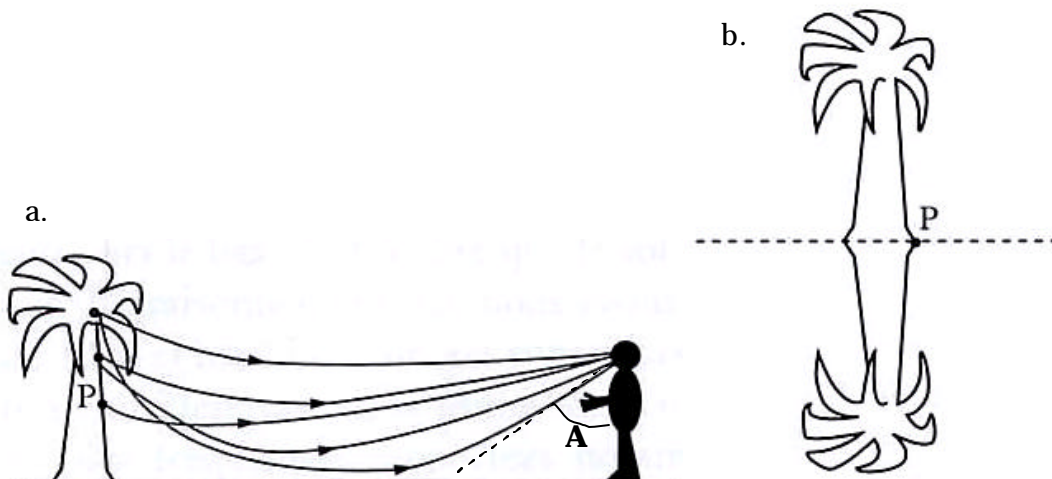


Mirage inférieur : parmi tous les rayons issus d'un point P du palmier, deux parviennent à l'observateur : R_1 et R_2 . Les traits pointillés indiquent la direction apparente de ces rayons pour l'œil, donnant deux images P' et P'' du point P.

Sur une route goudronnée par exemple, on a l'impression de voir des flaques d'eau alors que c'est la lumière provenant du ciel, d'où la couleur bleutée apparentée à celle de l'eau qui subit une réflexion totale.

2. La ligne évanescente

Le point P d'un objet réel émet des rayons dans toutes les directions. Ces rayons sont déviés selon le gradient d'indice. Plus le rayon est dirigé vers le bas, plus il est dévié. Les rayons extrêmes en viennent à arriver au niveau d'observation en un même point. Logiquement il y a un point où un seul rayon (situé au milieu) arrive, point le plus bas dans le plan d'observation (*figure a*). Considérons l'angle A formé par ce rayon en P avec la verticale. Tout rayon issu du point P avec un angle inférieur à A est fortement dévié (car fortement dirigé vers le bas) et donne une image inversée à l'observateur. Les rayons formant un angle supérieur donnent l'image droite de l'objet. L'observateur voit donc un objet droit et une image inversée. L'image mirage est le symétrique de l'image droite par rapport à une droite : la ligne évanescente. La hauteur de cette ligne varie avec la distance entre l'observateur et l'objet (*figure b*).



Lorsqu'il y a compression verticale des mirages, la ligne évanescence peut «couper» l'objet: l'observateur ne voit alors qu'une partie de l'objet et une version compressée de son image inversée (voir *photographie du "mirage inférieur" page 11*).

C. Mirages supérieurs

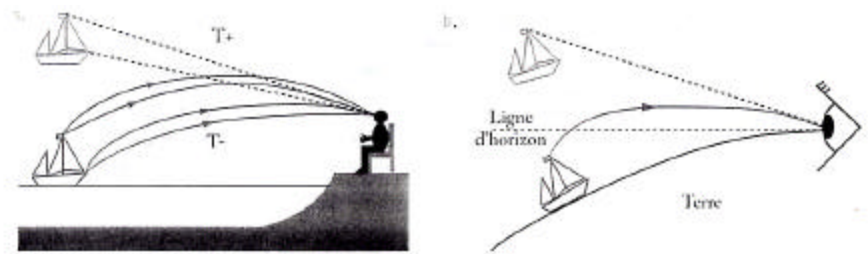


Mirage supérieur exceptionnel au dessus de la ville de Salers, dans le Cantal, cliché réalisé par l'abbé Gély, vers 1900. (d'après "*Qu'est-ce que l'optique géométrique ?*" de L. Dattwittler chez Dunod ; 1990)

1. Description

On a remarqué que les mirages inférieurs sont provoqués par la présence d'une couche d'air plus chaude que les autres à la surface du sol. Il serait donc logique que le phénomène inverse puisse se produire : localement, lorsque l'air qui affleure le niveau du sol (ou de l'eau) est refroidi par ce dernier et donc plus froid que la couche d'air située au-dessus. Ce phénomène est remarquable notamment sur la banquise ou au niveau d'étendues d'eau très froides.

Cela crée un gradient de température dirigé vers le haut, soit un gradient d'indice optique dirigé vers le bas. Plus l'indice optique est fort par rapport à l'indice initial, plus le milieu est réfringent (le rayon réfracté se rapporte à la normale). L'objet image se situe alors au-dessus de l'objet réel. Les images peuvent être droites ou renversées.



Mirages supérieurs :

1^{er} schéma : un observateur au bord de l'eau voit le bateau " flotter " en l'air.

2nd schéma : l'observateur verra un bateau situé en dessous de la ligne d'horizon car son image se trouve au-dessus de cette ligne.

2. Autres phénomènes atmosphériques

Comme chacun le sait, la Terre est «ronde ». Cette certitude explique qu'un objet assez distant, par exemple une montagne ou une île, soit masqué par la courbure de la planète. L'objet est «assez distant» à partir du moment où il se trouve derrière la ligne d'horizon au-delà de laquelle nous ne pouvons voir.

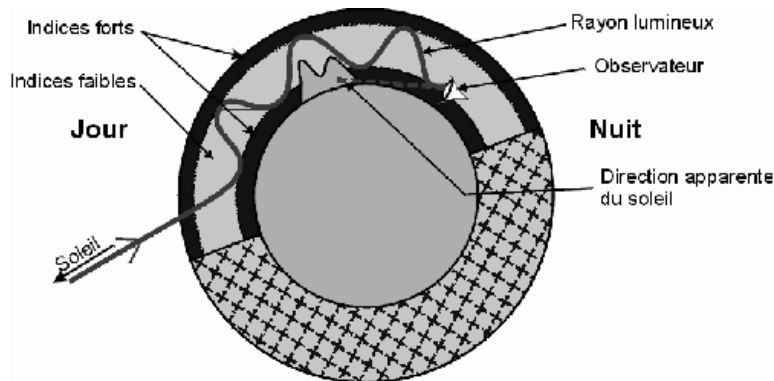
Or, nous pouvons assister à l'apparition d'une zone de l'objet masqué, voire même de l'objet entier, cette apparition pouvant être une image inversée de l'objet. Il s'agit d'un mirage supérieur qui accentue la courbure des rayons lumineux. Ces mirages se produisent assez facilement au-dessus des mers froides. C'est ainsi que des bateaux peuvent être aperçus plusieurs jours avant leur arrivée dans un port alors qu'en temps normal ils auraient été cachés par la ligne d'horizon.

C'est ainsi que de Nice dans certaines conditions, il est possible d'apercevoir le Monte Cinto, point culminant de la Corse, habituellement inobservable.

On peut également être témoins de l'effet inverse : le bas de l'image d'un objet assez éloigné peut disparaître sous la ligne d'horizon, alors que le reste de l'image, c'est à dire le haut, n'est pas affecté : l'objet semble alors flotter au-dessus de l'horizon. Dans l'histoire plusieurs apparitions de mirages ont été marquantes :

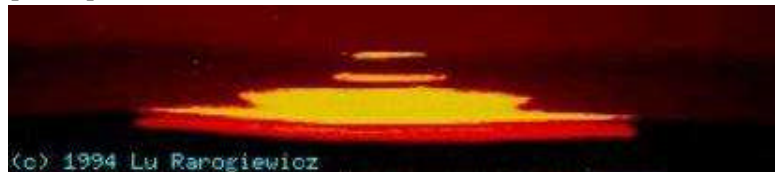
- ✍ Le Groenland aurait été découvert vers 980 grâce à un mirage arctique par un Viking, Erik le Rouge qui se serait rendu directement de l'Islande vers le Groenland en bateau le croyant proche.
- ✍ Un voyageur rapporte qu'il aurait observé à Malte en 1784, en direction de l'Italie, l'Etna avec son sommet enneigé puis les côtes de l'Italie pendant tout un après-midi alors qu'en temps normal ceux-ci sont parfaitement invisibles.
- ✍ Un mirage supérieur spectaculaire est mentionné par W. de Fonvielle et G. Tissandier dans «Voyages aériens» : lors d'une excursion en avion, alors qu'ils tentaient d'atteindre Douvres, l'océan est apparu dans le ciel puis plusieurs bateaux flottant à l'envers.

Un type d'apparition spectaculaire : l'effet Novaya Zemlya.



Au cours de ce phénomène, le soleil semble réapparaître à l'horizon après son coucher. Cet effet a pour cause le fait que l'atmosphère agisse comme un guide d'onde : une partie de la lumière du Soleil se propage selon la trajectoire particulière représentée sur le schéma, et peut alors atteindre un côté de la Terre alors plongé dans l'obscurité.

La photographie qui suit fait apparaître le soleil couchant comme une succession de disques aplatis.



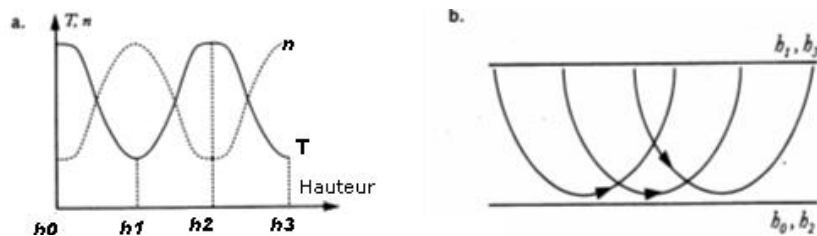
Comme le montre la figure précédente, le bord inférieur du Soleil est plus relevé que le bord supérieur, transformant ainsi le disque circulaire du Soleil en un disque aplati. Le diamètre apparent du Soleil (angle défini comme le rapport du diamètre du Soleil sur la distance Terre-Soleil et exprimé en minutes d'angle) voit sa valeur passer de 32' à 26'. L'observateur terrestre voit encore le Soleil alors que celui est déjà couché et situé derrière l'horizon.

Nous pouvons encore citer comme exemple de perturbations dues à l'atmosphère terrestre, le rayon vert. La déviation des rayons lumineux n'est pas la même pour les rayons bleus et rouges, ces derniers étant les moins déviés. Par conséquent, un spectre de la lumière solaire se constituera à l'horizon, d'autant plus dispersé que le Soleil est bas sur l'horizon. Au moment du coucher du Soleil, la lumière rouge, plus basse, sera la première à disparaître ; la dernière à s'éteindre sera la lumière verte (la lumière bleue est pratiquement absente à cause de la diffusion Rayleigh importante dans l'atmosphère), faisant ainsi apparaître un rayon vert extrêmement fugitif.

D. Mirages complexes

Nous avons considéré jusqu'à présent des gradients de températures. Mais il arrive que les variations verticales de température soient plus complexes. En effet, il se peut, quelquefois, que l'atmosphère présente une succession de couches chaudes et froides (inversion de température).

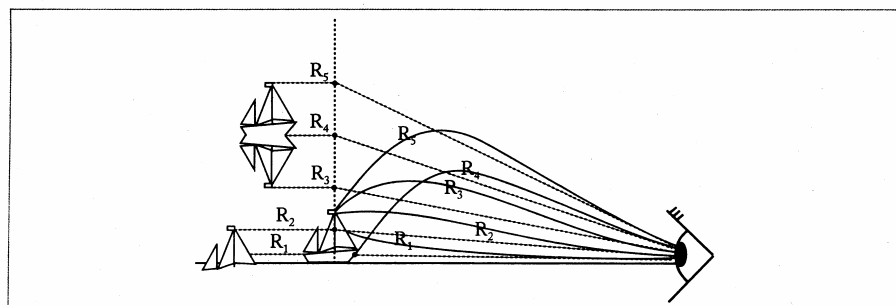
1. Description



Etudions la trajectoire de rayons lumineux dans les différentes couches d'air (de température variable) afin de schématiser un mirage multiple. Nous savons que plus la température diminue, plus l'indice optique augmente. Dans les couches $[h_0 ; h_1]$ et $[h_2 ; h_3]$, l'indice optique augmente avec la hauteur (figure a). Un rayon à l'origine orienté vers le bas est redressé horizontalement au cours de sa propagation (figure b) et un rayon à l'origine orienté vers le haut a une direction proche de la verticale.

La couche $[h_1 ; h_2]$ est l'opposé des deux autres. On peut donc raisonner symétriquement pour la trajectoire des rayons dans cette couche: l'indice optique diminue avec h .

Dans ces conditions il est possible d'observer des mirages multiples, typiquement deux mirages et une image droite. (figure ci-dessous)



Ce mirage double de bateau est reporté dans l'article de C.Vince de 1799 publié dans *Philosophical Transactions of The Royal Society*.

2. L'exemple des Fata Morgana

Le Fata Morgana est un mirage mythique, souvent mentionné comme le plus beau des mirages. Les Fata Morgana sont en fait des combinaisons exceptionnelles de mirages supérieurs et inférieurs, où l'image d'un point est un segment vertical. Il semble alors que l'on aperçoit au loin les châteaux fantasmagoriques de la fée Morgane. Ces mirages exceptionnels ne se produisent que très rarement, mais il semble qu'ils soient un peu plus fréquents de part et d'autre du détroit de Messine entre l'Italie et la Sicile d'où le nom de Fata Morgana.



Un point émet une grande quantité de rayons qui atteignent l'observateur. Il voit à différentes hauteurs, les mirages multiples d'un point, pouvant créer l'illusion d'un mur vertical.



Fata Morgana dans le désert tunisien. Les maisons apparaissent tantôt à l'endroit tantôt à l'envers. *Cliché P. Perroud*

Nous avons constaté que les gradients d'indice occasionnent sous certaines conditions des mirages atmosphériques de différentes sortes. Entre autres nous avons remarqué que l'atmosphère pouvait également dévier des rayons provenant du Soleil.

Le phénomène qui concerne le Soleil et que nous avons décrit précédemment est aussi remarquable de manière courante pour toutes les étoiles que nous pouvons observer de la Terre. En effet, il existe une variation d'ensemble de la densité de l'air avec l'altitude (plus on s'élève, plus la pression et la densité de l'air diminuent, le gradient d'indice est dans ce cas dirigé vers le bas mais d'autant moins prononcé que l'altitude augmente). Ainsi, les rayons lumineux provenant de l'espace et pénétrant dans l'atmosphère se courbent vers le sol et décalent ainsi pour l'observateur terrestre

la position des astres (ils paraissent plus élevés par rapport à la ligne d'horizon qu'ils ne le sont en réalité).

Afin de diminuer l'influence de l'atmosphère sur la lumière provenant des astres (réfraction mais aussi absorption, diffusion, scintillation,...), il semble nécessaire de construire des télescopes dans des sites placés à haute altitude (par exemple, l'observatoire de Hawaii est situé à 4 200 m d'altitude et le VLT, "very large telescope", construit récemment sur le Cerro Paranal au Chili, est à 2 400 m d'altitude) ou de les placer, comme le satellite Hubble, en orbite autour de la Terre.

Les objets «terrestres» ne sont ainsi pas les seuls à pouvoir nous apparaître sous forme de mirages à cause de l'atmosphère de notre planète mais au-delà de la Terre, d'autres facteurs peuvent générer des images déformées par rapport aux objets réels au sein même de l'espace. Ce sont les mirages gravitationnels.

II. MIRAGES GRAVITATIONNELS

Ce que nous appelons mirage gravitationnel est l'image faussée d'un astre que nous pouvons observer de la Terre grâce à une modification de la trajectoire des rayons émis par une source normalement invisible de notre point d'observation. Cette modification est générée par le passage des rayons lumineux à proximité d'un objet céleste massif dont le champ de gravitation perturbe la trajectoire rectiligne des rayons. Celui-ci est désigné sous le nom de lentille gravitationnelle.

A. Existence des mirages gravitationnels expliquée par la théorie d'Einstein

Pour **Isaac Newton***, tous les corps de l'Univers sont liés entre eux, attachés par ces forces nées de la gravitation. Il exclut la lumière qui se déplacerait de manière rectiligne en dépit des principes énoncés. Cette théorie explique quasiment tout ce que les astronomes peuvent observer dans le ciel. Cependant, en 1764, Newton remet prudemment ce dernier point en question :

« Pourquoi les corps n'agiraient-ils pas à distance sur la lumière de sorte que par leur action, ils courberaient les rayons et, cette action ne serait-elle pas plus forte à courte distance ? » (« Do not bodies act upon Light at a distance, and by their action bend its Rays; and is not this action strongest at the least distance ? »).

Même si un siècle plus tard, l'astronome suisse Soldner calcule la déviation d'un photon par le Soleil, d'après les principes newtoniens (trouvant la valeur de 0,875 seconde d'arc), au cours des XVIII^e et XIX^e siècles la conjecture de Newton n'est pas réellement prise en compte car la lumière est pour l'époque composée d'ondes et non pas de particules (**photons***).

Il faut attendre le XX^e siècle pour qu'Einstein n'émette plus une hypothèse, mais affirme que la lumière est influencée par la gravitation et que son trajet n'est pas rectiligne mais qu'il s'infléchit. Einstein propose donc un changement d'interprétation complet pour la gravitation par rapport à Newton. Pour ce dernier, il s'agit d'une *force* s'exerçant à travers l'espace entre des objets massifs.

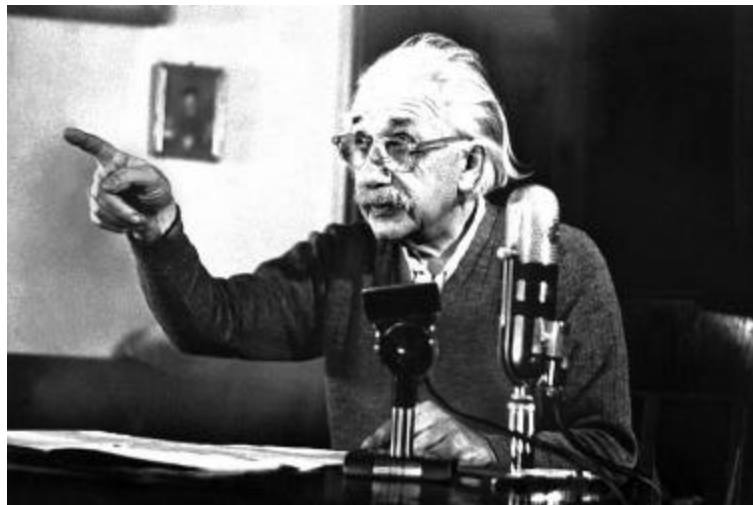
Dans la théorie d'Einstein sur la gravitation, la relativité générale, les objets se déplacent librement dans l'**espace-temps*** sans ressentir la moindre force. Ainsi, en absence de gravitation (solide isolé), la géométrie de l'espace-temps est **euclidienne*** et donc un tel solide est animé d'un mouvement rectiligne uniforme.

En revanche, sous l'effet du champ de gravitation d'un astre cet espace-temps voit sa géométrie déformée, courbée, et ne suit plus les règles d'Euclide mais les **règles riemanniennes***.

La courbure de la lumière nous révèle donc la géométrie même de l'espace. La gravitation modifierait la géométrie de l'Univers. Selon ce principe, le Soleil courbe la lumière. La Terre, d'après le savant, suit sa trajectoire droit devant mais tout en suivant la courbure de l'espace.

Cette courbure s'explique par la présence de masses dans l'univers. La gravitation n'est pas une propriété des masses mais de l'espace.

Voir annexe 1 pour
le travail sur la relativité:
calculs et vérifications



Le principe du mirage gravitationnel est tel qu'un objet céleste lointain – étoile, galaxie, quasar – émet un rayon lumineux qui vient frapper notre rétine ou le miroir d'un télescope, indiquant la direction apparente de la source dans le ciel. Mais si le

rayon passe près d'un objet massif, il subit son influence gravitationnelle. Il doit alors être courbé et non pas rectiligne, et pointer dans une direction différente de celle de la source, légèrement décalée.

Puisque le champ gravitationnel courbe les rayons, son effet est analogue à celui d'une lentille optique. Les conséquences peuvent être de toutes sortes : déviation des images, mais aussi multiplication, déformation, amplification. Aujourd'hui, tous les grands télescopes ont lancé d'ambitieux programmes d'observation de ces phénomènes (exemple de Hubble qui par ce phénomène peut détecter de très lointaines galaxies).



Sur cette photographie prise par le télescope spatial Hubble, nous pouvons constater l'effet des lentilles gravitationnelles. Les sources lumineuses se trouvant sur l'image sont légèrement arquées.

B. Description du phénomène de mirage gravitationnel

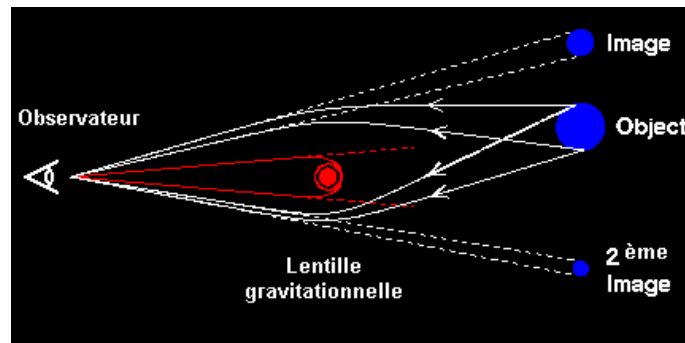
Le principe de la relativité générale d'Einstein prédit que la gravité peut agir sur la lumière. Lorsqu'un rayon lumineux provenant d'une galaxie lointaine passe à proximité d'un amas de galaxies sur son chemin vers la Terre, la gravité l'incurve et le focalise. Si la galaxie lointaine se situe juste derrière le centre de l'amas, la lumière est courbée selon un cercle appelé anneau d'Einstein. Mais généralement, la galaxie lointaine est écartée de ce centre, et l'on ne peut observer qu'une partie de l'anneau sous forme d'arcs de cercle.

Pour être plus précis, lorsque les rayons lumineux provenant d'une source éloignée passent à proximité d'un astre massif tel qu'une galaxie, le champ de gravitation de cet astre focalise ses rayons vers la Terre (pour nous). On a alors l'impression que la lumière est, non plus émise par une source unique (telle qu'initialement) mais par un immense anneau (l'anneau d'Einstein).

On peut comparer au rôle d'une lentille ordinaire le fait que les rayons soient rabattus vers un observateur qui ne les aurait pas vus en d'autres circonstances et que l'éclat de l'image soit amplifié. Cependant, contrairement aux lentilles ordinaires (qui dévient les rayons d'autant plus qu'ils sont éloignés de l'axe optique), les lentilles gravitationnelles dévient d'autant moins les rayons les plus éloignés de l'axe.

Les mirages gravitationnels ont différents effets :

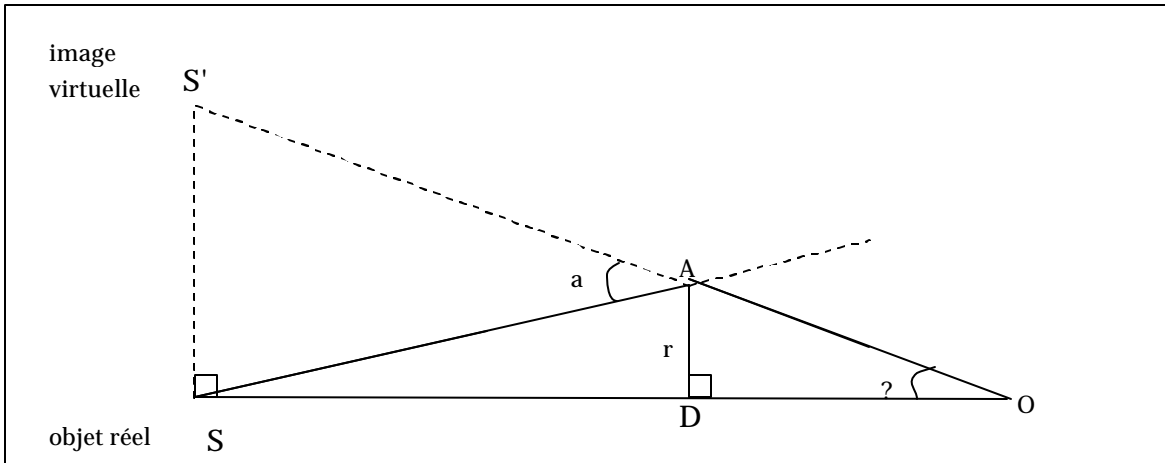
- ✍ le changement de la position apparente de la source lumineuse,
- ✍ le grossissement de l'image (taille et éclat modifiés) parfois supérieur à 100,
- ✍ la déformation qui donne la vision trompeuse d'arcs lumineux très spectaculaires,
- ✍ la multiplication : les lentilles les plus puissantes peuvent produire des images multiples d'un même astre.



Lorsque la masse interposée entre la source lumineuse et l'observateur est faible, si la lentille n'a plus la taille d'un galaxie mais celle d'une étoile, alors on parle de microlentille gravitationnelle. La masse est suffisante pour que le rayonnement de la source se concentre en direction de l'observateur par déflexion de la lumière mais elle est trop faible pour engendrer la formation d'une image. Une simple amplification apparente de la brillance de la source lumineuse lointaine a lieu (un flash de lumière mais pas d'image). La microlentille gravitationnelle peut ainsi être un moyen de détecter la présence de masses célestes.

Etude de la déviation des rayons lumineux par une masse

Cas d'un alignement parfait de la source S, du déflecteur D de masse M et de l'observateur O



a : angle de déviation du rayon lumineux
 ? : écart angulaire mesuré par l'observateur entre le déflecteur D et l'image virtuelle S'

Comme nous l'avons vu précédemment, $a = 4GM/c^2r$

Etant donné que les angles a et ? sont très petits (de 2" pour un déflecteur tel que le soleil ou la voie lactée à quelques dizaines de secondes d'arc pour un amas de galaxies), on peut considérer qu'ils sont égaux (en radians) à leur tangente

(approximation des petits angles : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \approx \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} \approx 1$)

Dans le triangle ODA rectangle en D, on a donc : $?\sim \tan ? = r/OD$

a étant très petit, $?\sim \tan ? \approx SS'/DS \approx SS' \cdot \frac{DS}{OS}$

(AD) - (OS) et (SS') - (OS) donc (SS')//(AD)

donc les triangles OSS' et ODA sont semblables d'où $?\sim r/OD = SS'/OS \approx ? = DS \cdot a / OS$

Dans le cas envisagé ici, celui de l'alignement parfait des trois points S, D et O, et si les conditions sont réunies pour que le rayon représenté sur le schéma atteigne effectivement l'observateur, il en sera de même dans tous les plans contenant la droite SDO : autrement dit, l'observateur verra un anneau circulaire centré sur le déflecteur. C'est ce qu'on appelle l'« anneau d'Einstein » dont la dimension dépend de l'écart angulaire $?_E$. Le carré de cet écart est obtenu à partir des trois formules précédentes :

$$?_E^2 \approx \frac{r}{OD} \cdot \frac{DS}{OS} \approx \frac{r}{OD} \cdot \frac{DS}{OS} \cdot \frac{4GM}{rc^2} \approx _E^2 \approx \frac{4GM}{c^2} \cdot \frac{D_{DS}}{D_{OS} \cdot D_{OS}}$$

La déviation augmente donc avec la masse du déflecteur.

Expérience de la toile tendue

Nous avons réalisé cette expérience pour simuler le trajet d'un rayon lumineux dans l'espace-temps. Une boule de pétanque au milieu d'une toile tendue représente une masse céleste déviante. Nous lançons une bille sur la toile qui montre le trajet d'un photon dévié par la masse céleste. Cela reprend l'image utilisée pour décrire simplement la géométrie de l'espace-temps.

C. Intérêts des mirages gravitationnels

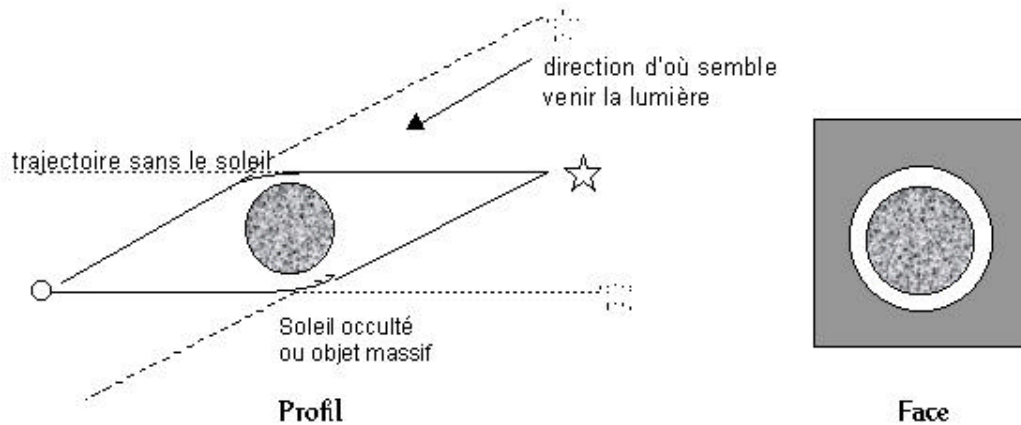
L'observation des mirages gravitationnels a plusieurs intérêts :

✍ Informations relatives à la source lumineuse :

En focalisant et en déviant les rayons lumineux issus d'un astre lointain, une lentille gravitationnelle modifie la taille et l'éclat apparent de son image. Dans beaucoup de cas, les rayons lumineux sont dispersés : le grossissement est inférieur à 1 et l'éclat est affaibli. Toutefois, il a pu être observé des grossissements supérieurs à 100.

Lorsque la lumière de la source est amplifiée par la lentille, les lentilles gravitationnelles permettent de voir des objets lumineux très éloignés. Par exemple, l'amas de galaxie Abell 2218, situé à 2 milliards d'années-lumière, a dévié et grossi 30 fois la lumière provenant d'une galaxie éloignée de 13,4 milliards d'années-lumière. Un tel objet céleste serait absolument indétectable pour n'importe quel télescope actuel, par une observation directe.

De plus, l'univers étant âgé d'une quinzaine de milliards d'années selon les théories actuelles, la galaxie a été observée lorsque celui-ci était encore très jeune. L'utilisation des lentilles gravitationnelles nous permettra peut-être un jour d'observer des astres aux confins de l'univers, et donc de connaître ses limites et son histoire et peut-être même de remonter jusqu'au **big-bang*** originel ou d'infirmier cette théorie...



🔍 Informations relatives à la lentille elle-même :

En étudiant l'image déformée par un mirage gravitationnel, il est possible de reconstituer la géométrie de celui-ci, plus particulièrement la répartition des masses en son sein.

La déviation de rayons lumineux provenant de sources connues a également permis de mettre en évidence l'existence de "matière noire" en grande quantité.

Celle-ci est une matière dense, n'émettant aucun rayonnement, donc indétectable directement, dont la nature reste encore inconnue, et dont la masse totale représenterait 90% de celle de tout l'univers. Ce serait donc en quelque sorte la partie immergée de l'iceberg.

L'étude de la répartition de cette matière sombre dans l'univers préoccupe actuellement de nombreux astronomes. L'objectif à terme est de véritablement cartographier la distribution de matière noire à grande échelle ce qui doit permettre d'affiner notre compréhension de l'évolution de l'Univers, et en particulier de mettre à jour les mécanismes d'instabilité gravitationnelle qui sont à l'origine des grandes structures. En effet la façon dont la matière noire s'agrège pour former un vaste réseau filamentaire raconte l'histoire de l'Univers et révèle les conditions initiales de sa formation.

Comme noté précédemment, la courbure de l'espace-temps décrite par Einstein fut observée par Eddington lors de l'éclipse de 1919 en mesurant la faible déviation (1,6" à 2,7") des rayons lumineux provenant d'étoiles par des objets massifs, comme le soleil. Ainsi quand la source lumineuse, le soleil et l'observateur sont alignés, un anneau apparaît : le soleil joue alors le rôle de lentille convergente "gravitationnelle". (voir figure précédente)

Après une étude de la relativité selon Einstein, le lien a été fait entre les théories de ce savant et le phénomène des mirages gravitationnels. En effet, les travaux

d'Einstein ont été l'élément permettant de découvrir ce phénomène (l'expédition d'Eddington en 1919 était motivée par ses écrits), et de l'expliquer (l'idée que la lumière puisse être déviée n'a été réellement affirmée qu'à l'époque d'Einstein).

Les lentilles gravitationnelles n'intéressent réellement le monde scientifique que depuis quelques temps et le phénomène n'est pas encore totalement exploité. Cependant, son étude serait un atout majeur dans la découverte de galaxies très lointaines (inobservables dans d'autres circonstances). Les télescopes spatiaux peuvent s'en servir comme d'un zoom naturel et les résultats obtenus nous permettent de voir encore plus loin dans l'Univers, de nous éclairer sur l'évolution de la galaxie dans l'espace.

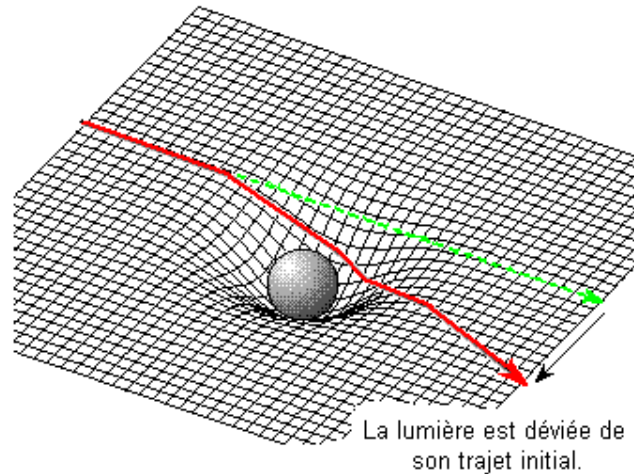
Pour terminer, nous pouvons évoquer la dernière et récente grande découverte faite avec un instrument optique d'Hubble par l'intermédiaire de la nébuleuse Abell 1689 (jouant le rôle de lentille) : le 7 janvier 2003 un vaste panorama galactique situé à plus de 13 milliards d'années lumière de notre planète a été révélé. Cela annonce de prochaines découvertes très intéressantes sur le cosmos.

D. La géodésique

Afin de mieux comprendre la déviation des rayons lumineux au voisinage d'une masse, nous allons étudier qualitativement un point de la relativité générale d'Einstein qui traite sur la géométrie de l'espace temps.

La relativité générale considère que la présence locale de masse (ou d'énergie) induit une courbure locale de l'espace-temps, et cette relation entre masse et courbure diffère d'une théorie à une autre. Elle énonce également que tout corps se déplace sur une géodésique de l'espace-temps en l'absence de force (électromagnétique par exemple).

D'après le principe de Fermat, la lumière emprunte le chemin le plus court entre deux points. Ce principe n'a jamais été mis en défaut et reste maintenu en relativité générale mais il y acquiert alors une toute autre signification : en géométrie non-euclidienne (ou géométrie des espaces courbes), les chemins les plus courts entre deux points s'appellent des géodésiques (ou courbe géodésique). Traduit en termes géométriques, le principe de Fermat devient : "la lumière parcourt les géodésiques de l'espace-temps".

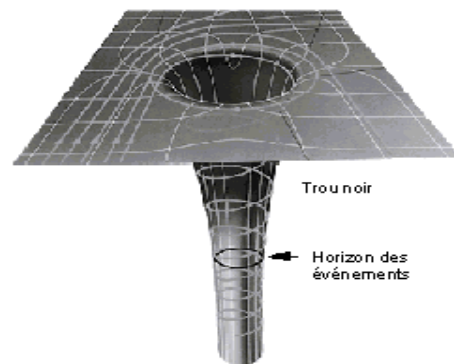


En rouge : trajectoire d'un rayon lumineux le long d'une géodésique d'espace-temps courbée par la présence d'une étoile très massive.

En vert : trajectoire d'un rayon lumineux non influencé par la gravité de l'étoile.

La courbure de l'espace-temps étant proportionnelle à la densité de matière-énergie, il s'ensuit que la déviation des rayons lumineux est d'autant plus forte que cette densité est élevée.

Pour les plus grosses étoiles cette densité peut atteindre une valeur pour laquelle les géodésiques d'espace-temps autour de l'étoile se referment sur elles-mêmes. Les rayons lumineux émis par l'astre parcourent alors indéfiniment une boucle fermée sans jamais pouvoir s'échapper d'une certaine distance de l'étoile, appelée *l'horizon*. Cet astre est appelé trou noir, puisque aucune lumière ne peut en ressortir.



Les mirages gravitationnels peuvent donc être interprétés comme la déviation de rayons lumineux qui ont suivi des géodésiques déformées par des masses.



III. COMPARAISON

A. Comparaison théorique

En optique, une image est l'ensemble des points de concours des rayons qui émergent d'un système optique compte tenu du sens de propagation de la lumière émergente. Or un mirage n'est pas toujours une image au sens de cette définition rigoureuse : " point image = point de concours des rayons qui sortent d'un système optique après être parti réellement ou virtuellement d'un point objet, lui-même point de concours des rayons qui arrivent sur le système optique ". Les mirages atmosphériques correspondent en général à cette définition (notamment dans le cas de mirages inférieurs et supérieurs), mais ce n'est pas toujours le cas pour les mirages gravitationnels. En effet on ne peut pas vraiment considérer comme images les anneaux d'Einstein (*p. 22*) ou encore les arcs (*p. 19*) qui sont des fragments d'anneaux à cause de l'alignement imparfait de la source, de la masse déviante et de l'observateur. De plus on n'obtient pas d'image non plus dans le cas des microlentilles gravitationnelles qui amplifient juste la lumière d'un astre, ce qui permet de détecter sa présence sans toutefois l'observer.

A l'instar des mirages atmosphériques, la déflexion de la lumière par le champ gravifique d'un objet massif peut conduire à la formation des mirages gravitationnels. Cependant, les mirages atmosphériques relèvent de l'optique géométrique et les mirages gravitationnels relèvent de l'optique ondulatoire. Nous pouvons alors nous demander si l'appellation «mirage» donnée aux mirages gravitationnels réside dans le simple fait que nous apercevons des figures différentes de la réalité ou s'il existe plus de corrélations.

Les mirages atmosphériques sont des réfractions successives de rayons lumineux à cause du gradient de température. Les mirages gravitationnels, eux, résultent d'un changement de direction de propagation de la lumière suite à des interactions gravitationnelles.

La différence la plus flagrante est le fait que ces mirages n'aient pas lieu dans les mêmes endroits : les premiers se créent à l'intérieur de notre planète, les seconds à des milliers d'années-lumière de la Terre. De plus, comme nous l'avons déjà précisé, les causes ne sont pas les mêmes. Pour ce qui est des effets, dans une certaine mesure, ils sont analogues :

Par exemple, un mirage supérieur peut permettre de voir un objet situé en dessous de la ligne d'horizon, c'est-à-dire dans une zone invisible en temps normal pour l'observateur. De même, un mirage gravitationnel permet d'observer un objet céleste non visible de la Terre normalement. Dans les deux cas, on observe quelque chose de virtuel.

Nous pouvons noter un autre point commun qui, en légère contradiction avec ce que nous avons dit, s'attache aux causes.

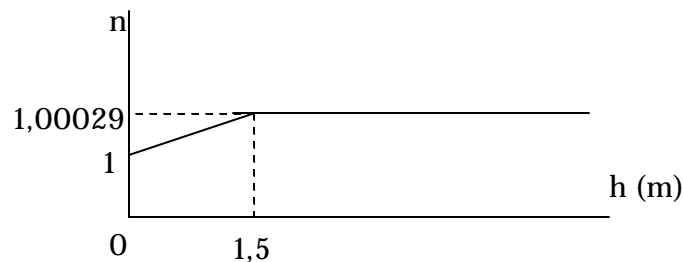
Nous savons par Fermat que la lumière cherche à effectuer le trajet le plus court et que le changement de densité modifie pour cela la direction de propagation de la lumière et crée les mirages atmosphériques. Cette tendance à emprunter le chemin le plus court de la lumière explique également en partie le phénomène des mirages gravitationnels :

Dans la géométrie **riemannienne***, les masses célestes déforment la géométrie de l'espace-temps alentour, à l'approche de ces masses et de cet espace déformé, le trajet de la lumière le plus court ne se fait plus forcément en ligne droite et peut être courbé changeant ainsi la direction de propagation. Pour simplifier, il peut être fait une analogie avec une sphère telle que la Terre : lorsqu'un avion doit faire le trajet Paris – New York, il n'est pas évident qu'il doit suivre un parallèle pour arriver plus vite. En l'occurrence, le chemin le plus court passe très près du pôle nord.

B. Comparaison pratique

Nous avons tenté d'effectuer plusieurs simulations sur ordinateur afin, dans un premier temps d'illustrer nos explications des parties 1 et 2 mais surtout de comparer les différents mirages pour renforcer la comparaison théorique que nous avons effectuée.

Pour réaliser ces simulations, nous avons utilisé le logiciel Microsoft Excel® car c'est un tableur assez facile d'utilisation et très répandu. Puis, dans le cas des mirages inférieurs, nous avons postulé que le gradient d'indice était continu : la fonction $n(h)$ qui à l'altitude h du rayon lumineux associe l'indice de réfraction n est linéaire :



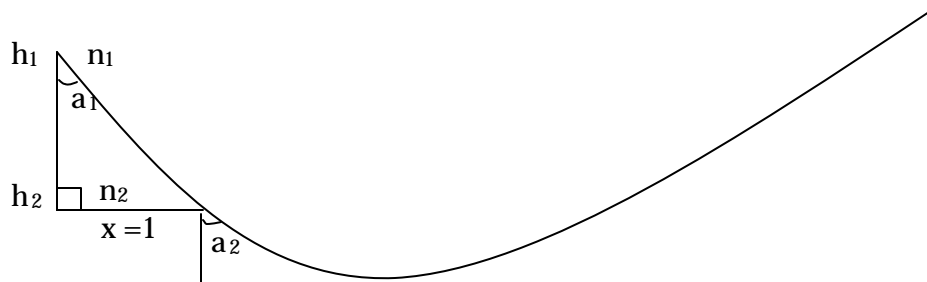
Ainsi, à partir du sol, l'indice part de la valeur $n_0=1$ (au niveau du sol la température est très élevée donc n est très proche de sa valeur dans le vide) pour atteindre la valeur de 1,00029 (indice de l'air dans des conditions normales) quand $h=1,5$ m (valeur arbitraire).

Entre $h=0$ et $h=1,5$ la fonction $n(h)$ est donc une fonction linéaire de la forme $n(h)=ah+b$.

Comme on a $n(0) = 1$? $b = 1$. De plus, $n(1,5) = 1,00029 = 1,5a + 1$? $a = \frac{0,00029}{1,5}$.

Donc $n(h) = \frac{0,00029}{1,5}h + 1$.

Le trajet suivi par un rayon lumineux lors d'un mirage inférieur a cette allure :



a est l'angle d'incidence en radians. On a :

$$\tan a = \frac{x}{h_1 - h_2} = \frac{1}{h_1 - h_2}$$

D'après la deuxième loi de Descartes, $n_1 \sin a_1 = n_2 \sin a_2$? $a_2 = \sin^{-1} \left(\frac{n_1 \sin a_1}{n_2} \right)$.

Les formules que nous avons utilisé dans le tableur sont donc :

☞ Première ligne :

- A2 : 0
- B2 : 1,5 (on fait partir le rayon de $h_0=1,5$ m et de $a_0=89^\circ$)
- C2 : " $= (0,00029/1,5)*B2+1$ "
- D2 : 89p/180

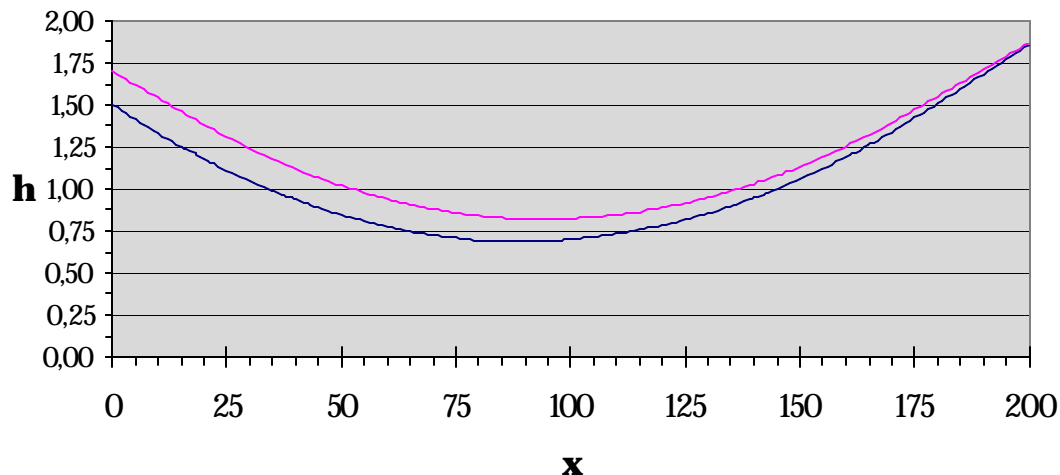
☞ Lignes suivantes (au rang k) :

- Colonne A (x) : " $=A(k-1)+1$ "
- Colonne B (h) : " $=B(k-1)-1/\tan D(k-1)$ "
- Colonne C (n) : " $= (0,00029/1,5)*B(k)+1$ "
- Colonne D (a) : " $= \text{ASIN}(C(k-1)*\text{SIN}(D(k-1))/C(k))$ "

Il faut encore apporter quelques modifications. En effet il faut tenir compte du fait que h doit être supérieure à 0 et du phénomène de réflexion totale quand $C(k-1)*\text{SIN}(D(k-1))/C(k) > 1$. On a donc :

- ☞ colonne B : " $=\text{MAX}(B(k-1)-1/\text{TAN}(D(k-1));0)$ "
- ☞ colonne D : " $=\text{SI}(C(k-1)*\text{SIN}(D(k-1))/C(k)>1; -D2; \text{ASIN}(C(k-1)*\text{SIN}(D(k-1))/C(k)))$ "

De même on trace un deuxième rayon, ce qui permet de déterminer si l'image donnée par ce mirage inférieur est droite ou renversée, agrandie, ...



Ici, un observateur placé à 200 mètres verra une image droite et située nettement en-dessous de l'objet de 20 centimètres situé sur l'axe des ordonnées.

Nous avons essayé de simuler sur un même « plan » le trajet d'un rayon lumineux dans le cas d'un mirage gravitationnel afin de pouvoir le comparer avec celui d'un mirage atmosphérique. La difficulté était de représenter les trajets du rayon d'un mirage gravitationnel et celui d'un mirage atmosphérique sur le même logiciel et de manière à pouvoir faire une comparaison tangible.

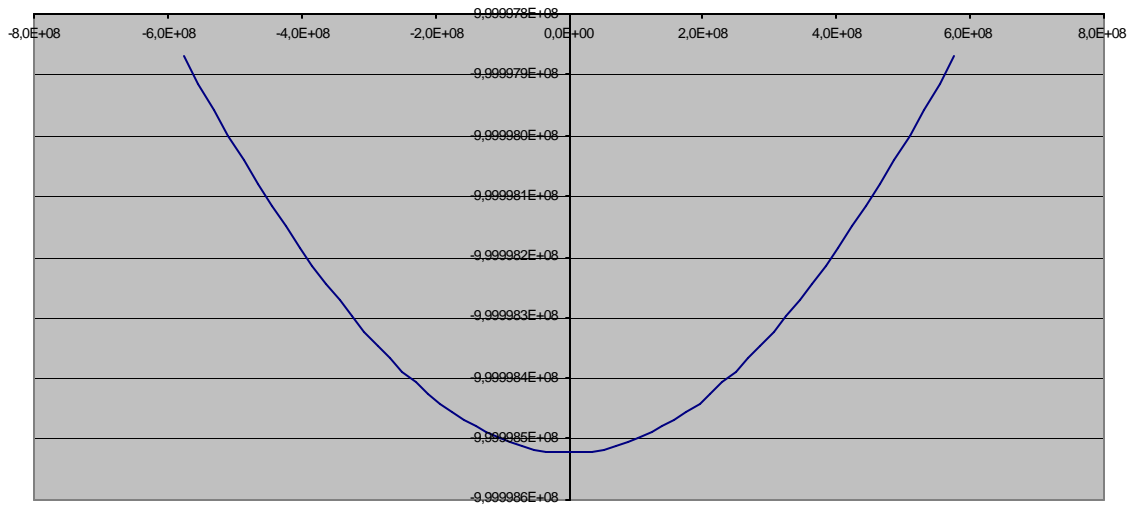
Ce qui n'était pas trop compliqué pour le mirage atmosphérique ne s'avérait pas si aisé pour le mirage gravitationnel (problème d'ordre de grandeur, absence de masse pour un photon, etc...). Finalement, nous avons réussi à tracer une courbe nous permettant de confronter les deux phénomènes, grâce à un cas simplifié où le photon passe relativement loin du soleil en étant néanmoins dévié par celui-ci.

Pour obtenir la courbe, nous faisons varier l'angle θ entre la perpendiculaire à la tangente au soleil suivie par le photon et la droite reliant celui-ci au centre du soleil. Puis nous calculons la distance entre ce dernier et le photon grâce à la formule:

$$r \approx \frac{1}{\theta} \left(\frac{\cos \theta}{b} + \frac{GM}{b^2 c^2} \right) \cos^2 \theta \approx \frac{1}{\theta} \left(\frac{1}{b} + \frac{GM}{b^2 c^2} \right) \cos^2 \theta$$

où b est la distance entre la tangente et sa parallèle passant par le centre du soleil, M la masse de celui-ci, G la constante de gravitation universelle et c la célérité de la lumière dans le vide.

Nous obtenons une courbure assez identique :



CONCLUSION

Cette étude nous a permis de comprendre et d'expérimenter deux phénomènes qui ont lieu dans des conditions très différentes et qui font référence à des domaines aussi divers que l'optique de base (lois de Descartes) étudiée au lycée et l'astrophysique, approchée dans le cadre de ce dossier.

Mettre en parallèle mirages atmosphériques et mirages gravitationnels, deux phénomènes qui semblent proches par leur nom, nous permis d'aborder un sujet abondamment traité, les mirages atmosphériques, sous un angle différent et plus novateur.

Nous constatons après nos travaux que ces deux phénomènes présentent une analogie non négligeable, qui justifie l'appellation commune de "mirage". En effet ils sont apparentés non seulement au niveau de leurs effets (modification de la position visuelle perçue d'un objet), mais aussi parce que la lumière conserve la propriété de suivre le chemin le plus court en temps.

Néanmoins, les mirages gravitationnels ont de nombreuses particularités qui les distinguent, notamment au niveau de leurs causes, ce qui permet de les exploiter pour améliorer nos connaissances au sujet de l'univers.

L'intérêt pédagogique de nos travaux réalisés pour les Olympiades de Physique nous a beaucoup apporté tant sur le plan des connaissances que de la méthode. Cette démarche a également développé chez nous une curiosité scientifique nouvelle.

LEXIQUE

Fée Morgane : dénomination donnée primitivement à un phénomène de mirages multiples, souvent observé au-dessus du détroit de Messine, et que l'on attribuait poétiquement à la fée Morgane ; par extension, nom donné à tout mirage multiple spectaculaire.

Gradient : taux de variation d'une grandeur dans une direction déterminée.

Homogène : signifie que le milieu a les mêmes propriétés en tout point. En optique, c'est la vitesse de la lumière qui est la même en tout point du milieu ; en général, l'eau, l'air et le verre constituent des milieux optiquement homogènes. Cependant, quand il y a de grandes différences de température, le milieu devient inhomogène et la lumière suit un trajet incurvé : c'est ainsi que l'on explique les mirages.

Isotrope : dont les propriétés physiques sont les mêmes dans toutes les directions.

Réfraction : changement de célérité (vitesse de propagation de la lumière) qui accompagne le passage de la lumière d'un milieu à un autre. Le plus souvent il y a modification de la direction de propagation du rayon lumineux.

Big Bang : événement qui, selon les modèles cosmologiques les plus largement acceptés aujourd'hui, serait à l'origine de l'Univers tel que nous le découvrons (on dit parfois *explosion primordiale*).

Distance focale : distance du foyer principal d'un système centré au plan principal du système. Dans un système mince (miroir, lentille mince), c'est la distance du sommet du système au foyer.

Arthur Stanley Eddington (1882-1944) : astrophysicien anglais qui a développé la théorie de la structure stellaire qui sert aujourd'hui de base aux travaux dans ce domaine. Il a expliqué la manière dont l'énergie d'une étoile se propage depuis son noyau et a montré comment la luminosité d'une étoile dépend de sa masse. Il a apporté aussi un début de preuve à la théorie de la relativité générale. Il fut non seulement l'inspirateur de nouvelles recherches mais aussi un remarquable vulgarisateur qui présenta à un large public l'astronomie et les travaux d'Edwin Hubble (1889-1953) sur l'expansion de l'Univers.

Albert Einstein (1879-1955) : physicien allemand, il est le père de la théorie de la relativité. Cette théorie offre une nouvelle vision de l'espace, du temps et de l'Univers. Selon sa théorie de la relativité générale, la gravité serait une conséquence de la courbure de l'espace temps, causée par la masse des objets. Cela expliquerait pourquoi, par exemple, la masse du Soleil crée une courbure de l'espace que traverse Mercure, dont il modifie l'orbite.

Espace-temps : repère défini par A. Einstein dans le modèle de la relativité générale, afin de modéliser les 4 dimensions : 3D de l'espace plus le temps.

Force gravitationnelle - champ gravitationnel : force d'attraction qu'exerce un corps sur un autre en fonction de sa masse définie par :

$$F ? \frac{Gm_1m_2}{r^2} \text{ et } g ? \frac{Gm}{r^2}, \text{ où } G \text{ est la constante de gravitation universelle}$$

$$(G=6,673 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^2 \cdot \text{kg}^{-1})$$

Géométrie euclidienne : repose sur le postulat (du latin postulare = demander, que l'on demande au lecteur d'accepter) des parallèles d'Euclide. Le 5^e postulat d'Euclide en géométrie plane affirme qu'on ne peut tracer qu'une seule parallèle à une droite donnée et passant par un point extérieur à la droite. Durant de nombreuses années, les mathématiciens ont cru que ce postulat pouvait être démontré à partir des autres, mais tous les efforts en ce sens ont été vains.

Géométrie riemannienne : vers 1860, le mathématicien allemand Georg Friedrich Bernhard Riemann montre qu'on peut construire une géométrie différente de celle décrite par Euclide dans laquelle il n'existe aucune parallèle à toute droite donnée. Cette géométrie elliptique a pour modèle la géométrie de la surface d'une sphère dans laquelle les droites sont des grands cercles.

Pour l'espace astronomique et dans certaines questions de physique moderne telles que la relativité ou la théorie de propagation des ondes, les géométries non-euclidiennes telles que la géométrie riemannienne permettent une présentation plus intuitive et exacte des phénomènes observés.

Isaac Newton (1643-1727) : physicien et mathématicien anglais. Il eut par sa perception de la gravité, son travail sur la dynamique et la lumière et son invention du télescope, une influence considérable sur l'astronomie pratique et théorique. Il a montré que la force qui fait tomber une pomme sur le sol est identique à celle qui maintient la Lune en orbite autour de la Terre. Son œuvre fondamentale «Principes mathématiques de la philosophie naturelle » a eu une influence considérable sur le développement de la physique.

Limbe : bord lumineux d'un astre du système solaire.

Magnitude : mesure de la luminosité d'une étoile ou de tout autre objet céleste. Sur l'échelle de magnitude, les chiffres les plus faibles indiquent les plus grandes luminosités.

On distingue deux types de magnitude : la magnitude apparente (luminosité des astres telle qu'on l'observe de la Terre) et la magnitude absolue (luminosité des astres si on les plaçait à la même distance de la Terre).

Quasar : astre d'apparence stellaire et de très grande luminosité, dont le spectre présente des raies d'émissions affectées d'un fort décalage rouge.

Radio-interférométrie : technique de la radioastronomie qui fait appel à l'emploi de radio-interféromètres (radiotélescopes composés de plusieurs antennes plus ou moins distantes observant simultanément un même astre).

BIBLIOGRAPHIE

Pages Web :

- ✍ <http://clients.newel.net>
- ✍ <http://inforezzo.uskasbg.fr>
- ✍ <http://www.astrosurf.com>
- ✍ <http://vela.astro.ulg.ac.be>
- ✍ <http://www.ifsl.net>
- ✍ <http://www.cite-sciences.fr>
- ✍ <http://villemin.gerard.free.fr>
- ✍ casswww.uscd.edu/public/tutorial/G.Lens.html
- ✍ <http://hubblesite.org>
- ✍ <http://perso.club-internet.fr>
- ✍ <http://www.iam.ubc.ca>
- ✍ <http://www.ping.be>
- ✍ <http://ias.fr>
- ✍ <http://www.inrp.fr>
- ✍ <http://roffet.com>
- ✍ <http://www.eleves.ens.fr>
- ✍ <http://www.sciences.univ-nantes.fr>
- ✍ <http://www.greatestplaces.org>

Ouvrages :

- ✍ BELIN : Optique géométrique, Agnès Maurel

Magazines :

- ✍ Pour la Science : Les Génies de la Science
- ✍ Einstein, le père du temps moderne (trimestriel mai 2002-août 2002)
- ✍ Pour la Science : Dossier
- ✍ La Gravitation, L'univers sous influence (hors-série janvier/avril 2003)

Encyclopédies :

- ✍ LAROUSSE : Grande Encyclopédie
- ✍ LAROUSSE : Dictionnaire de l'Astronomie et de l'Espace

CD-Roms :

- ✍ Science & Vie : Encyclopédie multimédia
- ✍ LAROUSSE : Encyclopédie de l'Espace et de l'Univers
- ✍ Atlas Mondial Encarta

Emission :

- ✍ L'aventure humaine : Les mirages, histoires de chimères et de la fée Morgane de Michael Engler, ARTE

ANNEXE 1

Calculs d'Einstein : **de la relativité restreinte à la relativité générale**

En 1916, Einstein avait prédit l'angle de déviation de la lumière des étoiles par le Soleil et incité à vérifier ce point de sa théorie. Le calcul donnait un angle extrêmement petit : 1,75 secondes d'arc.

Einstein avait, quatre ans plus tôt terminé son article sur la relativité restreinte en faisant un appel aux astronomes : "Il serait de toute urgence souhaitable que les astronomes se penchent sur le problème soulevé ici, même si les considérations précédentes peuvent paraître insuffisamment fondées, voire aventureuses". Avant de terminer cet article, Einstein proposait donc une équation qui permettait de mesurer la déviation des rayons lumineux par un champ gravitationnel ponctuel :

$$? \text{ (rad)} ? \frac{2GM}{rc^2}, \text{ avec :}$$

- ✍ G, la constante de la gravitation, ($6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$)
- ✍ c, la célérité (la vitesse de la lumière dans le vide), ($3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$)
- ✍ M, la masse de la source déviante,
- ✍ R, la distance au centre de l'astre

Cette valeur doit être multipliée par 648000/? pour obtenir la déviation en seconde d'arc.

Nous avons effectué le calcul avec le Soleil pour source déviante

$$M_S = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

$$R_S = 6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$$

$$a = 2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2} \cdot 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg} / 6,96 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot (3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1})^2$$

$$\sim 4,23 \cdot 10^{-6} \text{ rad}$$

$$\sim (4,23 \cdot 10^{-6} \text{ rad} \cdot 648000/?)"$$

$$\sim 0,87''$$

Cette valeur est semblable à celle trouvée par Soldner en 1804, dans le cadre de la mécanique newtonienne. Or, la relativité restreinte ne s'applique pas lorsqu'il s'agit de mesurer des effets sur de grandes distances, où le champ gravitationnel n'est pas constant. Quatre ans après son article sur la relativité restreinte, la relativité générale imposa donc à Einstein de doubler la valeur newtonienne.

La déviation de la lumière est alors θ (rad) $\approx \frac{4GM}{rc^2} \approx \frac{1}{2} \frac{gd}{c^2}$, avec :

- ✍ G, la constante de la gravitation, ($6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$)
- ✍ c, la célérité, ($3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$)
- ✍ M, la masse de la source déviante,
- ✍ R, la distance au centre de l'astre
- ✍ g, la force d'accélération ou de gravité
- ✍ d, la distance parcourue par la lumière dans le champ gravitationnel

Cette valeur doit être multipliée par 648000/? pour obtenir la déviation en seconde d'arc.

Nous avons de nouveau effectué le calcul avec le Soleil pour source déviante

$$M_S = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

$$R_S = 6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$$

$$a = 4 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2} \cdot 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg} / 6,96 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot (3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1})^2$$

$$\sim 8,47 \cdot 10^{-6} \text{ rad}$$

$$\sim (8,47 \cdot 10^{-6} \text{ rad} \cdot 648000 / ?)''$$

$$\sim 1,75''$$

1919 : EXPEDITION D'EDDINGTON

C'est en 1919 que la théorie d'Einstein est confirmée : le Soleil dévie bien la lumière qui le frôle.

En effet, **Arthur Eddington***, astrophysicien britannique fit une expédition cette année-là au Brésil et sur l'île de Principe au large de l'Afrique pour confirmer que l'univers environnant du Soleil est courbé par la masse de l'astre. A priori une étoile se trouvant proche de la ligne de visée du **limbe*** du Soleil apparaîtra décalée par rapport à la normale car sa lumière aura suivi les courbes de l'univers. Mais ce phénomène n'est visible sur Terre que lors d'une éclipse totale de Soleil. C'est donc au cours de l'éclipse du 29 mai 1919 qu'Arthur Eddington et son équipe ont pu faire leurs impressionnantes constatations. Les Hyades se trouvaient proches de la direction du Soleil à cette époque. Or, cette position comparée à celle trouvée 6 mois plus tard dans le ciel nocturne n'apparaissait pas au bon endroit. La lumière des Hyades avait bien été déviée par le Soleil.

En seconde d'arc	Relativité restreinte	Relativité générale
Déplacement angulaire de l'étoile (selon les calculs)	0,87	1,75
Observations de Sobral		1,98 ± 0,12
Observations de Principe		1,61 ± 0,30
Sur la plaque photographique		environ 20 μm

La déviation d'un photon frôlant le Soleil a une valeur double de celle donnée par la relativité restreinte : 1.75 seconde d'arc.

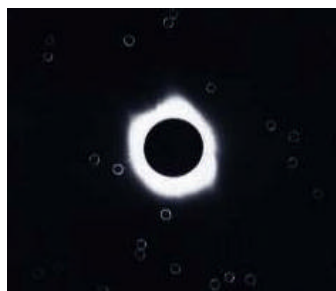
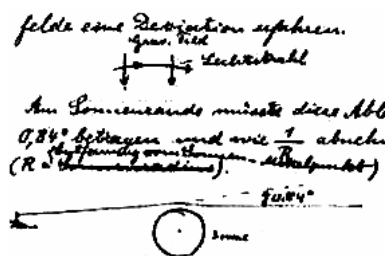
L'éclipse du 29 mai 1919 occultait la constellation du Taureau et l'amas brillant des Hyades, ce fut une excellente occasion de vérifier la prédiction d'Einstein (relativité générale). Une expédition fut donc organisée dans le nord du Brésil (Sobral) et dans le golfe de Guinée (île de Principe).

Durant l'éclipse, par un effet de perspective, le rayonnement des étoiles devait être dévié de leur position habituelle – les étoiles devant s'écarter légèrement du Soleil – tout ceci en accord avec la relativité générale. Et c'est ainsi qu'Eddington put confirmer la déviation des rayons lumineux près du Soleil. Pendant la phase de totalité, Eddington et Dyson prirent plusieurs clichés du fond étoilé qui s'était progressivement illuminé. Douze étoiles furent enregistrées. Elles présentaient une **magnitude*** visuelle comprise entre 4.5 et 6.0 tandis que l'étoile la plus proche du Soleil se trouvait tout de même à un peu plus de 10" d'arc du limbe. En comparant ces clichés à ceux de la même région stellaire pris à six mois d'intervalle en l'absence du Soleil, Eddington parvint à déceler une infime déviation des rayons lumineux.

Près du limbe solaire la déviation variait entre 1.98" ± 0.12" au Brésil et 1.61" ± 0.30" à Principe, tombant juste autour de la valeur théorique de 1.75",

$$(1,98'' - 0,23'' = 1,75'' \text{ et } 1,61'' + 0,14'' = 1,75'')$$

tandis que l'écart enregistré pour les étoiles plus éloignées du limbe Soleil suivait parfaitement la courbe prédite par Einstein jusqu'à plus de 10 rayons solaires. Le travail d'Eddington, fait avec une précision faible (inexactitude de 20 à 30%), bien que suffisante pour attester la théorie d'Einstein, fut réitéré plus tard, lors d'autres éclipses de Soleil. L'expérience reproduite avec l'observation de **quasars*** au lieu d'étoiles et avec les méthodes radio-interférométriques réduit l'erreur à moins de 1%.



La déviation des rayons lumineux près du Soleil fut confirmée par Eddington qui releva la position des étoiles durant l'éclipse de 1919.

ANNEXE 2

Les découvertes du XX^e siècle, les progrès en matière de lentille gravitationnelle

Le phénomène des lentilles gravitationnelles fait l'objet de nombreuses études car il permet de mettre en évidence des objets massifs invisibles jusqu'alors, dont regorge l'Univers, qui dévient la lumière d'autres astres.

En 1912, 13 ans avant l'achèvement de sa théorie sur la gravitation, Einstein évoquait une théorie sur la formation d'images multiples et les phénomènes d'amplification. Il fallut attendre quelques dizaines d'années avant que des chercheurs se penchent sur la question et constatent ces phénomènes. Après que Lodge (1919) a dit que le Soleil tenait le rôle de lentille mais sans réelle **distance focale***, Eddington a été le premier à affirmer que la présence d'images multiples d'étoiles lointaines était concevable par un effet de lentille gravitationnelle. Cette réflexion incita en 1923 le directeur du YERKES OBSERVATORY, Frost, à lancer des recherches sur ce sujet mais ce projet n'aboutit pas. Un an plus tard, Chwolson suggère que dans un alignement parfait source lumineuse-lentille gravitationnelle-observateur on puisse constater la présence d'un anneau que l'on appelle alors anneau de Chwolson. Il est établi par Etherington en 1933 que la surface de cet anneau peut être grandement supérieure à celle de la source lumineuse. La notion d'amplification de la quantité de lumière se met ainsi en place. L'amplification de la source serait alors égale au rapport de la surface de l'image observée sur celle que l'on aurait sans le phénomène de lentille.

Indépendamment des autres chercheurs, Einstein a étudié certaines caractéristiques des lentilles gravitationnelles telles que les doubles images des étoiles et le phénomène d'anneau repéré par Chwolson. Ce phénomène prit d'ailleurs le nom d'anneau d'Einstein. Il resta néanmoins sceptique sur la possibilité d'observer le phénomène de lentille à partir d'étoiles. Un an après, Franz Zwicky réalise qu'on peut observer plusieurs images distinctes du même objet extragalactique. Selon lui les galaxies peuvent être utilisées comme télescopes naturels afin d'observer des objets lointains et estimer la masse des galaxies distantes (grâce à la formule de déviation).

Cependant, aucun résultat concluant ne put être constaté avant plusieurs dizaines d'années.

En 1963, la découverte des quasars, astres lointains et très lumineux, par M. Schmidt ravive l'intérêt pour les lentilles retombé depuis la fin des années 30. Le phénomène appliqué aux quasars serait plus facilement observable. Le premier mirage céleste est enfin observé en mars 1979 par Walsh, Carswell et Weymann. La théorie de Zwicky est acquise. Malgré des doutes encore présents sur le sujet, les études se multiplient.

Une des plus importantes découvertes est faite en 1986 : une gigantesque structure bleue en forme d'arc de cercle s'étire au milieu d'un grand nombre de galaxies (10 à 20 fois plus grande que les galaxies avoisinantes). Parmi 3 hypothèses sur la nature de ce phénomène l'une d'elle affirme que le grand arc est un mirage gravitationnel. Une source étendue pourrait ainsi, après déflexion, apparaître déformée dans une certaine direction et aplatie dans la direction opposée. Cette théorie fut retenue.

Depuis 1993, l'étude des lentilles gravitationnelles constitue une branche nouvelle et indépendante de l'astronomie intergalactique.