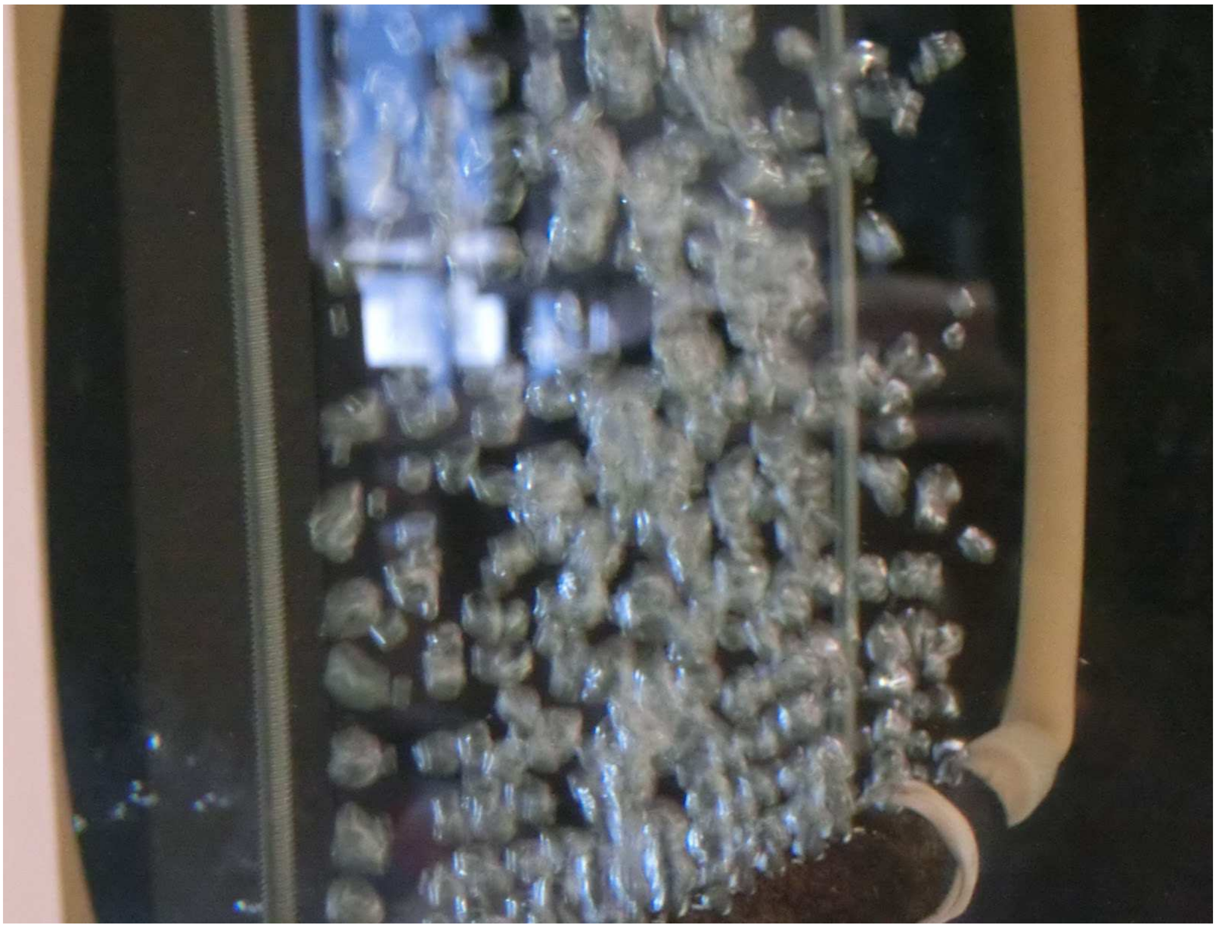
# Silence, ça bulle !



Auteurs : BLASCO Clara COSER Cécile FARGES Jérôme MIGNIOT Baptiste

Encadrés par : Monsieur DUCASSOU et Monsieur TORRENS

---

**Figure 1 : Photographie du rideau de bulle**

# Annexes

Une **onde sonore** est définie comme étant une onde mécanique longitudinale se propageant dans un milieu élastique. Elle se caractérise par la propagation d'une perturbation dans un milieu matériel.

## I. B.

**2-Évolution du volume de la bulle d'air :**

Dans notre système, nous prenons l'origine du repère au fond de l'eau. On a alors :

$$V(Z) = \frac{nRT}{P(Z)} = \frac{nRT}{P(0) + \rho g Z} = \frac{\frac{nRT}{P(0)}}{1 + \frac{\rho g Z}{P(0)}} = \frac{V(0)}{1 + \frac{\rho g Z}{P(0)}}$$

Or le volume de la bule à l'origine vaut : $V(0) = \frac{4}{3}\pi R^3$

et la pression à l'origine vaut $P(0) = 1 + \frac{Z_i}{10}\ bar = 10^5\left(1 + \frac{Z_i}{10}\right)\ Pa$

On a donc :

$$V(Z) = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{1 + \frac{\rho g Z}{10^5 Z_i}}$$

Application numérique :

$$V(Z) = \frac{\frac{4}{3}\pi(2{,}5 \times 10^{-3})^3}{1 + \frac{997 \times 9{,}81 Z}{1{,}5 \times 10^8}}$$

**3-Évolution de la vitesse de la bulle :**

On a :

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = \sum \overrightarrow{F_{ext}} = \overrightarrow{Fa} + \vec{P} + \overrightarrow{Ff}$$

$$m\frac{dv}{dt}\overrightarrow{u_z} = -mg\overrightarrow{u_z} + \frac{4}{3}\pi R^3 \rho g \overrightarrow{u_z} - \frac{1}{2}\rho_{eau} Cx(Re)\pi R^2 v^2 \overrightarrow{u_z}$$

Or $m = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_{air}$ avec $\rho_{air}$ la masse volumique de l'air ($1{,}225 kg.m^{-3}$). On a donc :

$$\frac{4}{3}\pi R^3 \rho_{air}\frac{dv}{dt}\overrightarrow{u_z} = -\frac{4}{3}\pi R^3 \rho_{air} g \overrightarrow{u_z} + \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_{eau} g \overrightarrow{u_z} - \frac{1}{2}\rho_{eau} Cx(Re)\pi R^2 v^2 \overrightarrow{u_z}$$

En multipliant le tout par $\frac{1}{\frac{4}{3}\pi R^3 \rho_{air}}$ et en prenant la composante suivant le vecteur $\overrightarrow{u_z}$ on obtient :

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{\frac{1}{2}\rho_{eau} Cx(Re)\pi R^2}{\frac{4}{3}\pi R^3 \rho_{air}} v^2 - \frac{\frac{4}{3}\pi R^3 \rho_{air}}{\frac{4}{3}\pi R^3 \rho_{air}} g + \frac{\frac{4}{3}\pi R^3 \rho_{eau}}{\frac{4}{3}\pi R^3 \rho_{air}} g$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{3}{8}\frac{\rho_{eau}Cx(Re)}{\rho_{air}R}v^2 + g\left(\frac{\rho_{eau}}{\rho_{air}} - 1\right)$$

Or on sait que $\frac{\rho_{eau}}{\rho_{air}} \gg 1$ car la masse volumique de l'eau est beaucoup plus importante que celle de l'air $\left(\frac{0,997}{1,225\times10^{-3}} = 814 \gg 1\right)$, le -1 est donc négligeable. On a donc $g\left(\frac{\rho_{eau}}{\rho_{air}} - 1\right) \approx g\frac{\rho_{eau}}{\rho_{air}}$.

Par simplification, on a donc :

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{3}{8}\frac{\rho_{eau}Cx(Re)}{\rho_{air}R}v^2 + g\frac{\rho_{eau}}{\rho_{air}}$$

Pour simplifier l'écriture (et la lisibilité), on note $a = \frac{3}{8}\frac{\rho_{eau}Cx(Re)}{\rho_{air}R}$, $b = g\frac{\rho_{eau}}{\rho_{air}}$ et nous noterons $\frac{dv}{dt} = v'(t)$. On a donc :

$$v'(t) = -ab^2(t) + b$$

$$\frac{v'(t)}{b - av^2(t)} = 1$$

$$\frac{v'(t)}{1 - \frac{a}{b}v^2(t)} = b$$

$$\frac{v'(t)}{1 - \left(\sqrt{\frac{a}{b}}v(t)\right)^2} = b$$

On pose $r = \sqrt{\frac{a}{b}}$, on a donc :

$$\frac{rv'(t)}{1 - (rv(t))^2} = br$$

Or on sait que $\frac{1}{1-rv(t)} + \frac{1}{1+rv(t)} = \frac{1+rv(t)+1-rv(t)}{(1-rv(t))(1+rv(t))} = \frac{2}{1-(rv(t))^2}$ par identité remarquable, d'où :

$$\frac{1}{2}\left[\frac{1}{1 - rv(t)} + \frac{1}{1 + rv(t)}\right] = \frac{1}{1 - (rv(t))^2}$$

D'ici on en déduit donc l'expression de notre équation :

$$\frac{1}{2}\left[\frac{rv'(t)}{1 - rv(t)} + \frac{rv'(t)}{1 + rv(t)}\right] = br$$

De plus, on sait que la dérivée du logarithme népérien est : $(\ln(u))' = \frac{u\prime}{u}$. On peut donc intégrer notre équation. On obtient donc :

$\frac{1}{2}\left[-\ln\left(1 - rv(t)\right) + \ln(1 + rv(t)\right] = brt + K$ avec K une constante annulée par la dérivée.

De plus, on sait que $\ln(u) - \ln(v) = \ln\left(\frac{u}{v}\right)$. D'ici on en tire :

$$\frac{1}{2}\ln\left[\frac{1 + rv(t)}{1 - rv(t)}\right] = brt + K$$

On sait que la vitesse initiale, c'est-à-dire celle à $t = 0$, est quasiment nulle. On peut donc approximer l'expression de l'équation quand $t = 0$ :

$$\frac{1}{2}\ln(1) = K = 0$$

On a donc l'équation qui devient en remplaçant K par 0 :

$$\frac{1}{2}\ln\left[\frac{1 + rv(t)}{1 - rv(t)}\right] = brt$$

$$\ln\left[\frac{1 + rv(t)}{1 - rv(t)}\right] = 2brt$$

Maintenant, pour avoir une expression de la vitesse en fonction du temps, on isole $v(t)$. En appliquant la fonction exponentielle, on a :

$$\frac{1 + rv(t)}{1 - rv(t)} = e^{2brt}$$

$$1 + rv(t) = e^{2brt}\big(1 - rv(t)\big)$$

$$rv(t) + rv(t)e^{2brt} = e^{2brt} - 1$$

$$v(t)\big(r + re^{2brt}\big) = e^{2brt} - 1$$

$$v(t) = \frac{e^{2brt} - 1}{r(e^{2brt} + 1)}$$

Or $r = \sqrt{\frac{a}{b}}$ d'où $br = \sqrt{b}^2\sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt{ab}$. On a donc :

$$v(t) = \frac{e^{2\sqrt{ab}t} - 1}{\sqrt{\frac{a}{b}}(e^{2\sqrt{ab}t} + 1)} = \sqrt{\frac{b}{a}}\tanh(\sqrt{ab}t)$$

Or $a = \frac{3}{8}\frac{\rho_{eau}Cx(Re)}{\rho_{air}R}$ et $b = g\frac{\rho_{eau}}{\rho_{air}}$. On a donc :

$$v(t) = \sqrt{\frac{g\frac{\rho_{eau}}{\rho_{air}}}{\frac{3}{8}\frac{\rho_{eau}Cx(Re)}{\rho_{air}R}}}\tanh\left(\sqrt{\frac{3}{8}\frac{\rho_{eau}Cx(Re)}{\rho_{air}R}g\frac{\rho_{eau}}{\rho_{air}}}t\right)$$

$$v(t) = \sqrt{\frac{8g\rho_{eau}R\rho_{air}}{3\rho_{eau}Cx(Re)\rho_{air}}}\tanh\left(\sqrt{\frac{3{\rho_{eau}}^2Cx(Re)g}{8R{\rho_{air}}^2}}t\right)$$

Et finalement :

$$v(t) = \sqrt{\frac{8gR}{3Cx(Re)}}\tanh\left(\sqrt{\frac{3{\rho_{eau}}^2Cx(Re)g}{8R{\rho_{air}}^2}}t\right)$$

Par application numérique, on a :

$$v(t) = \sqrt{\frac{8 \times 9{,}81 \times 2{,}5 \times 10^{-3}}{3 \times 0{,}40}} \tanh\left(\sqrt{\frac{3 \times 0{,}997^2 \times 0{,}40 \times 9{,}81}{8 \times 2{,}5 \times 10^{-3} \times 1{,}225 \times 10^{-3}}}\, t\right)$$

$$v(t) = \sqrt{0{,}16} \tanh\left(\sqrt{47 \times 10^4}\, t\right)$$

## III. C.

**2- Influence de la position du rideau de bulles**

| | RV | RDBV, RV | RDBN, RV | RN | RDBV, RN | RDBN, RN |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Intensités reçues : | 340 | 18,4 | 27 | 204 | 21,6 | 88 |
| | 350 | 52 | 33 | 270 | 40 | 60 |
| | 340 | 24 | 16 | 280 | 12 | 80 |
| | 340 | 23,2 | 28 | 280 | 18,4 | 62 |
| | 360 | 43 | 33 | 276 | 24,8 | 86 |
| | 360 | 20 | 30 | 300 | 15,2 | 90 |
| | 350 | 32,8 | 26 | 300 | 16,8 | 66 |
| | 350 | 15 | 26 | 300 | 20,8 | 64 |
| | 360 | 30 | 26 | 300 | 8 | 54 |
| | 360 | 23 | 19 | 276 | 28 | 80 |
| Moyenne : | 351 | 28,14 | 26,4 | 278,6 | 20,56 | 73 |
| Pourcentage d'atténuation : | | 91,98290598 | 92,47863248 | | 92,62024408 | 73,79755922 |
| | | | | | | |
| | RV=Récepteur ventre | | Pourcentage d'atténuation moyen RDBV : | | 92,30157503 | |
| | RN=Récepteur noeud | | Pourcentage d'atténuation moyen RDBN : | | 83,13809585 | |
| | RDBV=Rideau de bulles ventre | | | | | |
| | RDBN=Rideau de bulles nœud | | | | | |